

Rothe, R.

Über die Inversion einer Fläche und die konforme Abbildung zweier Flächen aufeinander mit Erhaltung der Krümmungslinien. (German) JFM 43.0692.03

Math. Ann. 72, 57-77 (1912).

Im ersten Teile der Arbeit werden alle von den Fundamentalgrößen einer Fläche abhängigen Invarianten der Inversion bestimmt; es sind die Koeffizienten $i_{\alpha\beta}, j_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, 3$) der beiden Differentialformen

$$I = \frac{ds^2}{\sqrt{EG - F^2}} \text{ und } J = \frac{-\gamma ds^2}{\sqrt[4]{EG - F^2}}$$

(γ bedeutet die geodätische Torsion der Kurve vom Linienelement ds) und die Funktionen von diesen Koeffizienten; zwischen diesen bestehen die Identitäten

$$|i_{\alpha\beta}| = 1, \quad i_{11}j_{22} - 2i_{12}j_{12} + i_{22}j_{11} = 0.$$

Als Anwendungen werden folgende Sätze bewiesen: Für alle orthogonalen Trajektorien der sphärischen Kurven, die von den um das Inversionszentrum beschriebenen Kugeln aus der Fläche ausgeschnitten werden, ändert sich die geodätische Krümmung bei der Inversion proportional dem Quadrat des Kugelradius; und umgekehrt. – Damit eine Fläche eine einfach unendliche Schar geodätischer Linien enthalte, die bei der Inversion wieder in eine solche Schar übergeht, ist notwendig und hinreichend, daß sie zu den *Mongeschen* Gesimsflächen gehöre, deren eine Evolutenschale ein Kegel mit beliebiger Basis ist. – Für jede Fläche bleibt der *Weingartensche* Differentialausdruck Ω bei der Inversion invariant.

Der zweite Teil beschäftigt sich mit der konformen Abbildung zweier Flächen aufeinander, bei der die Krümmungslinien sich entsprechen. Notwendig und hinreichend dafür ist die Bedingung: Die *Weingartenschen* Ω -Ausdrücke beider Flächen dürfen sich nur um ein Totaldifferential einer Funktion des Ortes unterscheiden. Anwendungen auf isotherme Flächen, bei denen – wie *Weingarten* gezeigt hat – Ω ein Totaldifferential des Ortes sein muß, beschließen die Arbeit.

Reviewer: Rothe, Prof. (Berlin)

Cited in 1 Document

Full Text: [DOI](#) [EuDML](#)

References:

- [1] Berl. Ak. Ber. 43 (1883), S. 1163. Festschrift der Technischen Hochschule zu Berlin (1884) S. 22.
- [2] Man vgl. z. B. G. Darboux, Théorie générale des surfaces, III, n0 679. L. Bianchi, Differentialgeometrie, deutsch von M. Lukat, {S} 60.
- [3] J. Weingarten, Über eine Klasse aufeinander abwickelbarer Flächen. J. f. Math. 59, S. 382, 1861.
- [4] Vgl. z. B. E. Goursat, Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre, Paris 1891, S. 51.
- [5] 5e édition par M. Lionville, S. 286 ff. Über die weitere Literatur vgl. Enzyklopädie d. math. Wiss. III D 5. Nr. 14, S. 300, Fußnote 137 (v. Lilienthal).
- [6] Betreffs der hierher gehörigen imaginären Flächen vgl. u. a G. Scheffers, Theorie der Flächen (Leipzig 1902), S. 240.
- [7] Berl. Ak. Ber. 43 (1883), S. 1163.
- [8] P. Calapso, Sulla superficie a linee di curvatura isoterme. Rendiconti del circolo matematico di Palermo, 17, 1, 1903. · [Zbl 34.0653.04](#) · [doi:10.1007/BF03012748](#)
- [9] L. Raffy, Recherches sur les surfaces isothermiques Annales de l'École normale supérieure 21, 397, 1905; 22, 387, 1906. ?Remarques sur la recherche des surfaces isothermiques, C. R. 143, 874, 1906. · [Zbl 36.0673.01](#)
- [10] Untersuchungen über die Theorie der isothermen Flächen, Berlin (Mayer und Müller) 1897. ?Sur la transformation de M. Darboux et l'équation fondamentale des surfaces isothermiques, C. R. 143, 543, 1906.
- [11] Vgl. u. a. Darboux, Surfaces, 2, S. 239 ff.

- [12] G. Darboux, Sur les surfaces isothermiques. Ann. de l'École norm. supér. (3), 16, 491, 1899.
- [13] Festschrift, S. 22.
- [14] Festschrift, a. a. O.
- [15] Berl. Ak. Ber. a. a. O.
- [16] J. Knoblauch, Über die Bedingung für die Isometrie der Krümmungskurven, J. f. Math. 103, S. 40, 1888. Einleitung in der Theorie der krummen Flächen, S. 208.
- [17] L. Bianchi, Lezioni di geometria differenziale, II (1903), S. 26, {S} 233.

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.