Bouligand, G.

Sur les équations des petits mouvements de surface des fluides parfaits. (French)

JFM 43.0848.01
37 S. Thèse, Paris: Gauthier-Villars; S. M. F. Bull. 40, 149-180 (1912).

Im Anschluß an zwei Noten von *Hadamard* (F. d. M. 41, 839 (JFM 41.0839.*). 1910) wird zuerst gezeigt, wie das Problem der Flüssigkeitswellen zu stellen ist, allerdings unter Beschränkung auf das Studium der kleinen Bewegungen einer vollkommenen Flüssigkeit.

Eine nicht zusammendrückbare Flüssigkeit sei in einem Gefäße mit festen Wänden enthalten. Die Flüssigkeit, die zuerst in Ruhe ist, werde durch eine während einer sehr kurzen Zeit einwirkende Ursache in Bewegung versetzt. Dann besteht ein Geschwindigkeitspotential. Als Ebene xOy werde die freie Oberfläche in der Ruhelage genommen, als Achse Oz die Vertikale nach oben. Es seien u, v, w die Komponenten der Geschwindigkeit der Flüssigkeitsmolekel in (x, y, z) zur Zeit t. Es existiert eine Funktion $\varphi(x, y, z, t)$, für welche $u = \partial\varphi/\partial x$, $v = \partial\varphi/\partial y$, $w = \partial\varphi/\partial z$. Die Kontinuitätsgleichung besagt: $\partial^2\varphi/\partial x^2 + \partial^2\varphi/\partial y^2 + \partial^2\varphi/\partial z^2 = 0$. Ist ϱ die Dichte der Flüssigkeit, p der Druck im Punkte (x, y, z), so ist

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right] + \frac{\partial\varphi}{\partial t} = -z - \frac{p}{\varrho},$$

unter der Annahme, daß man in dem gewählten System von Einheiten als Einheit der Beschleunigung die Schwerebeschleunigung g genommen hat. Nun wird gezeigt, daß, falls man die Gestalt der freien Oberfläche in jedem Augenblicke kennt, man daraus die innere Bewegung der Flüssigkeit herleiten kann. Praktisch kann man ein solches Problem als gelöst betrachten, wenn man die zugehörige *Green*sche Funktion kennt. Der weiteren analytischen Bearbeitung können wir hier nicht folgen. Wir setzen nur noch die Titel der einzelnen Abschnitte der formelreichen Arbeit her: II. Unbegrenzte Flüssigkeit, *Cauchy*sche Gleichung. III. Einige Lehrsätze und Formeln aus der Analysis. IV. Bildung der Gleichung der Oberfläche für ein halbkugelförmiges Gefäß. V. Singularitäten in der Umgebung der Randkurve (C). VI. Die Gleichung vierter Ordnung. Aus diesem Abschnitt sei ein schon von *Hadamard* gefundenes Resultat angeführt: Die Cauchysche Gleichung wird nicht durch die kleinen Oberflächenbewegungen einer in einem Gefäße von beliebiger Gestalt enthaltenen Flüssigkeit bestätigt.

Reviewer: Lampe, Prof. (Berlin)

Full Text: Numdam EuDML

