

Carmichael, R. D.

Note on a new number theory function. (English) JFM 41.0226.04

Amer. Math. Soc. Bull. (2) 16, 232-238 (1910).

Die vorliegende Note behandelt die Eigenschaften einer neuen zahlentheoretischen Funktion λ , die mittels der Eulerschen φ -Funktion so definiert wird:

$\lambda(p^a) = \varphi(p^a)$, wenn p eine ungerade Primzahl,

$\lambda(2^a) = \varphi(2^a)$, wenn $a = 0, 1, 2$; $\lambda(2^a) = \frac{1}{2} \lambda(2^a)$, wenn $a > 2$,

$\lambda(2^a p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_i^{a_i}) =$ dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen von $\lambda(2^a)$, $\lambda(p_1^{a_1}), \dots, \lambda(p_i^{a_i})$, wo p_1, p_2, \dots, p_i verschiedene ungerade Primzahlen sind.

Wenn x teilerfremd zu n ist, so folgt $x^{\lambda(p^a)} \equiv 1 \pmod{p^a}$. Folgende Sätze werden bewiesen:

I. Für jedes gegebene n wird die Kongruenz (1) $x^{\lambda(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ durch jede zu n teilerfremde Zahl x befriedigt.

II. Für jede Kongruenz (1) existiert eine Lösung g , die eine primitive λ -Wurzel ist, und für jede solche Lösung g gibt es $\varphi\{\lambda(n)\}$ primitive Wurzeln, die Potenzen von g kongruent sind.

III. Ist $\lambda(n) > 2$, so ist das Produkt der primitiven Wurzeln in dem zu einem beliebigen g gehörigen System $\equiv 1 \pmod{n}$.

IV. Wenn x_1 der größte Wert von x ist, der die Gleichung $\lambda(x) = a$ befriedigt, so ist jede andere Lösung x_2 ein Faktor von x_1 .

V. Wenn x_1 und y_1 bezw. die größten Wurzeln von $\lambda^{-1}(ma) = y$, $\lambda^{-1}(a) = x$ sind, wo a eine beliebige ganze Zahl, so ist $y_1 > x_1$.

VI. Es sei a jener Divisor von α , für den $\lambda^{-1}(a) = x$ eine größte Lösung x_1 hat, größer, als wenn für a irgendein anderer Divisor von α genommen wird. Dann ist x_1 der größte Divisor von $z^a - 1$ für jede zum Divisor teilerfremde Zahl z .

Reviewer: Lampe, Prof. (Berlin)

MSC:

11A05 Multiplicative structure; Euclidean algorithm; greatest common divisors

11A25 Arithmetic functions; related numbers; inversion formulas

Cited in **2** Reviews
Cited in **33** Documents

Keywords:

[Liouville function](#)

Full Text: [DOI](#)