

Klein, F.

Bemerkungen zur Theorie der linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung. (German)

JFM 38.0360.02

Math. Ann. 64, 175-196 (1907).

Es handelt sich in der vorliegenden Arbeit um eine Fortsetzung der Untersuchungen, die den Abschluß der Autographie des Verf. von 1894 bilden, nämlich um den Zusammenhang zwischen dem Oszillationstheorem und den Existenztheoremen der automorphen Funktionen, den Verf. bereits in Gött. Nachr. 1890, 90-93 ("Zur Theorie der *Laméschen* Funktionen". F. d. M. 22, 516, JFM 22.0516.02) an einer Differentialgleichung zweiter Ordnung mit sechs reellen Verzweigungspunkten kurz berührt hat. Die allgemeine Fragestellung ist folgende: "Die Theorie der automorphen Funktionen verlangt, über die in den linearen Differentialgleichungen auftretenden akzessorischen Parameter so zu verfügen, daß die entsprechenden Figuren auf der η -Kugel gewisse ausgezeichnete Eigenschaften erhalten; wie weit kann man diese Forderungen mit dem Oszillationstheorem in Verbindung bringen, oder die zugehörigen Existenztheoreme der automorphen Funktionen aus dem Oszillationstheorem beweisen?" Verf. behandelt, angeregt durch neuere Ansätze *Hilberts* im Verfolg seiner Untersuchungen über Integralgleichungen, besondere Fälle dieses allgemeinen Problems an dem Beispiel einer möglichst einfach gewählten Differentialgleichung zweiter Ordnung mit drei reellen, im Endlichen gelegenen Punkten und dem unendlich fernen Punkt als singulären Stellen und mit einem akzessorischen Parameter. Insbesondere handelt es sich, gemäß dem einfachsten Ansatz aus der Theorie der automorphen Funktionen, darum, den akzessorischen Parameter so zu bestimmen, daß das zugehörige Kreisbogenviereck auf der η -Kugel (oder der η -Ebene) von einem durch die vier Ecken gehenden Orthogonalkreis umschlossen wird, ein Problem, welches *Hilbert* mittels seiner Integralgleichungen für den Grenzfall gelöst hat, wo die zu den vier singulären Punkten gehörigen Exponentendifferenzen sämtlich Null sind (also bei allen singulären Stellen Logarithmen auftreten) und – das ist das Neue bei seinem Ansatz – das Intervall der X -Achse, auf welches das Oszillationstheorem sich bezieht, über einen singulären Punkt hinübergezogen wird. Diese Forderung spaltet sich von selbst in die zwei folgenden: 1. daß die vier Ecken überhaupt auf einem Orthogonalkreis liegen sollen; 2. daß dieser Orthogonalkreis von keiner Seite des Kreisbogenvierecks durchsetzt werden soll; dem entspricht, daß zwischen den endlichen singulären Punkten keine Nullstellen der betrachteten Lösung der gegebenen Differentialgleichung liegen, was nach dem allgemeinen Oszillationstheorem nicht stattzuhaben braucht (anderfalls erhält man die vom Verf. sogenannten automorphen Obertheoreme, welche in allgemeinen besagen, daß man den akzessorischen Parameter immer auf eine und nur auf eine Weise so bestimmen kann, daß ein sich selbst überschlagendes Viereck von bestimmtem Typus herauskommt). Verf. erhält die analytische Formulierung für das Vorhandensein eines Orthogonalkreises in der Form einer Involutionsbedingung zwischen gewissen η -Werten und paßt dieselbe durch parallele Entwicklung der geometrischen Betrachtung und der analytischen Behandlung Oszillationstheorem an. Der besseren Übersicht halber betrachtet er dabei anstatt der ∞^2 -Lösungen der vorgelegten Differentialgleichung die ∞^1 -Lösungen der zugehörigen *Riccatischen* Gleichung, die "*Riccati*-Kurven".

Reviewer: Wallenberg, Prof. (Charlottenburg)

Cited in **2** Reviews
Cited in **6** Documents

Full Text: [DOI](#) [EuDML](#)

References:

- [1] Im Verlag bei Teubner und neuerdings (1906) dort in unverändertem Abdruck neu ausgegeben. Siehe auch das Referat in Bd. 46 dieser Annalen.

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.