Picard, E.
Sur quelques questions se rattachant à la connexion linéaire dans la théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes. (French) JFM 37.0439.02
J. für Math. 129, 275-286 (1905).

Die Untersuchungen von *Picard, Severi, Enriques* und *Castelnuovo* (F. d. M. 36, 488, 1905, JFM 36.0488.08) hatten den unerwartet einfachen Satz ergeben, daß bei jeder algebraischen Fläche die Anzahl r der linear unabhängigen *Picard*schen Integrale zweiter Gattung doppelt so groß ist wie die Anzahl r_0 der linear unabhängigen *Picard*schen Integrale erster Gattung, die ihrerseits gleich der Irregularität der Fläche, also gleich der Differenz des geometrischen Geschlechtes p_g und des arithmetischen Geschlechtes p_n ist. Nun hatte aber *Enriques*schon im Jahre 1896 (F. d. M. 27, 518, 1896, JFM 27.0518.01) für diese Differenz folgende Darstellung gefunden. Betrachtet man die zu der gegebenen Fläche m-ter Ordnung $f(x, y, z) = 0$ gehörigen adjungierten Flächen $Q(x, y, z) = 0$, die dadurch erklärt sind, daß sie durch die Doppelkurve der gegebenen Fläche gehen, so bilden die adjungierten Flächen der Ordnung h, wo $h \geq m-3$ ist, ein lineares System von Flächen, das auf einer Ebene allgemeiner Lage ein lineares System von Kurven ausschneidet. Die so erhaltenen Kurven sind sicher auch adjungierte Kurven für die Schnittkurve der gegebenen Fläche mit der Ebene; sie brauchen aber das System dieser adjungierten Kurven nicht zu erschöpfen, und jenes System von Flächenkurven kann daher einen Defekt ω_h haben. Sobald h einen gewissen Wert übersteigt, ist sicher $\omega_h = 0$. Es sei ω_{l-1} der letzte von Null verschiedene Defekt. Dann lautet die Formel von *Enriques*:

$$p_g - p_n = \sum_{h=m-3}^{l-1} \omega_h.$$

In der vorliegenden Abhandlung gibt *Picard* den Beweis für die schon früher (F. d. M. 36, 486, 1905, JFM 36.0486.01) von ihm angekündigte Ungleichheit:

$$r \leq 2\omega_{m-3},$$

aus der in Verbidung mit der Formel von *Enriques* das überraschende Resultat folgt:

$$p_g - p_n = \omega_{m-3};$$

mithin verschwinden alle Defekte außer ω_{m-3}. Die Herleitung beruht auf der linearen Differentialgleichung E für die $2p$ Perioden des *Abel*schen Integrals

$$\int \frac{Q(x, y, z)\,dx}{\frac{\partial f}{\partial z}},$$

das zu der Schnittkurve der Fläche $f(x, y, z) = 0$ mit der Ebene y=const. gehört; die Perioden werden dabei als Funktionen von y aufgefaßt. Wenn sich auch so von neuem die große Wichtigkeit der Differentialgleichung E zeigt, so wäre es doch zu wünschen, daß für die rein geometrische Tatsache, die durch die Formel $p_g - p_n = \omega_{m-3}$ ausgedrückt wird, ein Beweis gefunden würde, bei dem man nicht aus dem Gebiet der Geometrie der algebraischen Flächen heraustritt.

Reviewer: Stäckel, Prof. (Karlsruhe)

Full Text: DOI Crelle EuDML