Lasker, E.

Remark and errata to my paper " On the theory of modules and ideals". (Bemerkung und Fehlerverzeichnis zu meiner Arbeit: "Zur Theorie der Moduln und Ideale".) (English)

JFM 36.0292.02
Math. Ann. 60, 607-608 (1905).

Die vorliegende umfangreiche Abhandlung (JFM 36.0292.01) hat zum Ziele, die Theorie der Elimination für die Theorie der Moduln und der Ideale zu verwerten. Sie zerfällt in vier Kapitel, von denen das erste der Entwicklung einiger Elminationssätze gewidmet ist.

Der Verf. beweist hier zunächst den Satz: Besteht zwischen h Formen $u_1, u_2, \dots, u_h$ von $m (\geqq h)$ Variabeln $x_1, x_2, \dots, x_m$, die zusammen mit $m-h$ Linearformen mit unbestimmten Koeffizienten eine nicht verschwindende Resultante ergeben, eine identische Beziehung:

$$(1) \quad p_1 u_1 + p_2 u_2 + \dots + p_h u_h = 0,$$

so lassen sich die Formen p_h wieder linear durch die u_h ausdrücken:

$$(2) \quad p_i = \sum_{\alpha=1}^{h} q_{i\alpha} u_\alpha,$$

derart, daß die $q_{i\alpha}$ ein *alternierendes* System bilden und die Relation (1) also eine evidente Folge von (2) wird.

Hieraus folgt ein zweiter Satz über die zu obigen Formensystem $u_1, u_2, \dots, u_h$ gehörige Anzahlfunktion $H(u_1, u_2, \dots, u_h)(R)$, welche die Zahl der linear unabhängigen Bedingungen für Formen R-ter Ordnung angibt, die durch das Modulsystem $u_1, u_2, \dots, u_h$ teilbar sein sollen. Wird nämlich

$$\varphi(R) + \frac{(R+1)(R+2)\dots(R+m-1)}{1 \cdot 2 \dots (m-1)}$$

und $\Delta_a f(R) = f(R) - f(R-a)$ gesetzt, so ist, wenn $a_1, a_2, \dots, a_h$ die Ordnungen resp. von $u_1, u_2, \dots, u_h$ sind:

$$H(u_1, u_2, \dots, u_h)(R) = \Delta_{a_1} \Delta_{a_2} \dots \Delta_{a_h} \varphi(R),$$

falls $R > a_1 + a_2 + \dots + a_h - m$; falls aber $R = a_1 + a_2 + \dots + a_h - m$, gleich dem obigen Werte plus $(-1)^{m-h}$. Ist ferner $h = m$, so gilt der weitere Satz: Die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß eine Form F durch das Modulsystem $u_1, u_2, \dots, u_m$ teilbar ist, besteht darin, daß F zu einer bestimmten Form Ω in kontragredienten Variabeln und vom Grade $a_1 + a_2 + \dots + a_m - m$ apolar ist. Diesen Sätzen schließen sich zwei weitere bereits bekannte über die Zerlegbarkeit algebraischer Mannigfaltigkeiten in irreduzible Gebilde an. Die hier angegebenen Sätze bilden die Grundlage für die Ausführungen der folgenden drei Kapitel, von denen das zweite nach einem historischen Résumé über die Grundlagen der modernen Idealtheorie, die Moduln und Ideale im Raum $x_1, x_2, \dots, x_m$, das dritte die Erweiterungen, welche im Gebiete der Potenzreihen möglich sind, schließlich das letzte die Erweiterung auf Formen mit mehreren Reihen von Variabeln zum Gegenstande hat. Eine speziellere Wiedergabe des Inhaltes ist hier wegen der großen Fülle des Stoffes und des komplizierten Charakters der vorgetragenen und bewiesenen Sätze nicht möglich. Von besonderem Interesse sind namentlich die Übertragungen der *Hilbert*schen Sätze über Moduln in den Math. Ann. *36* auf Potenzreihen mehrerer Veränderlicher. So gilt analog dem ersten Hauptsatze dieser Theorie das folgende Theorem: Bilden $f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$ eine unendliche Reihe von Potenzreihen von $x_1, x_2, \dots, x_{m-1}$, die sämtlich für $x_1 = x_2 = \dots = x_{m-1} = 0$ verschwinden, so läßt sich eine Zahl k so bestimmen, daß für jeden Index $i > k$ ebensolche Potenzreihen $p_1, p_2, \dots, p_k$ existieren, für welche

$$f_i = p_1 f_1 + p_2 f_2 + \dots + p_k f_k$$

ist.

Reviewer: Landsberg, Prof. (Kiel)

MSC:

14A05	Relevant commutative algebra	Cited in **2** Reviews
14A25	Elementary questions in algebraic geometry	
13A15	Ideals and multiplicative ideal theory in commutative rings	
13F20	Polynomial rings and ideals; rings of integer-valued polynomials	
13F25	Formal power series rings	

Keywords:

elimination theory; ideal theory of polynomial rings in several variables; zeros of power series

Full Text: DOI Link EuDML