Raffy, L.

Recherches sur les surfaces isothermiques. (French) JFM 36.0673.01

Ann. de l'Éc. Norm. (3) 22, 397-439 (1905).

Diese Arbeit beschäftigt sich in ausführlicher Untersuchung mit gewissen speziellen, von *Bonnet* und von *Thybaut* diskutierten isothermen Flächen. Den Ausgangspunkt bilden die *Darboux*schen Sätze über die Enveloppenflächen einer Kugelschar: Wenn die beiden Schalen einer Enveloppe von Kugeln sich mittels ihrer Krümmungslinien aufeinander konform abbilden lassen, so sind sie isotherm. Eine Fläche ist ebenfalls isotherm, wenn ihre harmonischen Kugeln eine zweite Fläche berühren, deren Krümmungslinien denen der ersten entsprechen. (Harmonische Kugel ist eine Berührungskugel der Fläche, deren Mittelpunkt zum Berührungspunkt harmonisch konjugiert in bezug auf die beiden Hauptkrümmungszentren ist.) Der Verf. untersucht zunächst das Problem, alle isothermen Flächen zu finden, deren harmonische Kugeln eine andere isotherme Fläche berühren. Er gelangt zu den *Thybaut*schen Flächen, deren harmonische Kugeln eine (nicht isotrope) Ebene berühren, und ihren inversen. Sind R und R_1 die Hauptkrümmungsradien und

$$\Omega = \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right), \quad \Gamma = \tfrac{1}{2}\left(1R - \frac{1}{R_1}\right), \quad K = \frac{1}{RR_1},$$

so genügen diese Flächen der Relation

$$\Omega^2 - 2K + \Delta_2 \log \Gamma = 0,$$

unter Δ_2 den zweiten Differentialparameter verstanden.

Für die weiteren Untersuchungen werden die *Bonnet*schen Resultate über die Biegung der Flächen benutzt (vgl. das vorige Referat (JFM 36.0672.03)). Die Bedingung der Isothermie läßt sich in die Form setzen:

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{p}{\varphi^2}\right) = \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{q}{\varphi^2}\right).$$

Die von *Bonnet* untersuchten Isothermflächen sind, wie gezeigt wird, identisch mit denjenigen, deren harmonische Evolute (Ort der Mittelpunkte der harmonischen Kugeln) eine isotrope Ebene ist.

Ein bekannter Satz von *Christoffel* lautet: Wenn zwei Flächen aufeinander durch parallele Normalen konform abgebildet werden können, so sind sie isotherm. *Raffy* zeigt, daß bei dieser Abbildung jeder *Bonnet*schen Fläche wieder eine *Bonnet*sche, jeder *Thybaut*schen wieder eine *Thybaut*sche Fläche entsprechen muß. Von diesen beiden Flächenklassen gilt auch folgender Satz: Es sei ds ihr Linienelement, so ist sowohl Γds wie auch Ωds das Linienelement einer Kugel.

Endlich wird die Frage nach allen Isothermflächen aufgeworfen, für die Γds das Linienelement einer Kugel wird; es ergeben sich: die Minimalflächen und ihre Inversen, die *Thybaut*schen Flächen und ihre Inversen und die *Bonnet*schen Flächen. Eine Fortsetzung der Untersuchungen steht in Aussicht (inzwischen erschienen).

Reviewer: Rothe, Prof. (Klausthal)

Full Text: DOI Numdam Numdam EuDML