Nielsen, N.

Note sur les séries de fonctions bernoulliennes. (English) JFM 35.0448.03

Math. Ann. 59, 103-109 (1904).

Die Resultate dieser Mitteilung sind:

Läßt sich eine Funktion $f(x)$ überhaupt in eine unendliche Reihe von Bernoullischen Funktionen

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \varphi_n(x),$$

entwickeln, wo $\varphi_n(x)$ die Bernoullische Funktion n-ter Ordnung bezeichnet, so ist dies nur auf eine einzige Weise möglich.

Die einzigen Potenzreihen

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n,$$

welche in Reihen von Bernoullischen Funktionen $\varphi_n(x)$ entwickelbar sind, oder, was auf dasselbe hinauskommt, deren endliches Integral gliedweise in dem gewöhnlichen Sinne dieses Wortes gebildet werden kann, sind die ganzen Funktionen vom Geschlechts Null und die besonderen Funktionen vom Geschlechte Eins, welche der Bedingung

$$|A_n| < \frac{(2\pi)^n}{n!} K_n$$

— K_n eine positive und selbst für unendlich große Werte des Index endliche Zahl — genügen. Umgekehrt besitzen alle diese Funktionen die vorerwähnte Eigenschaft.

Von diesem Satze macht der Verf. Anwendung auf die Exponentialfunktion und die Zylinderfunktionen J^ν. Aus der für letztere gültigen Entwicklung ergibt sich die Besselsche Formel:

$$J^\nu(y+z) = \left(1 + \frac{z}{y}\right)^\nu \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^n}{n!} \left(1 + \frac{z}{2y}\right)^n J^{\nu+n}(y).$$

Reviewer: Haussner, Prof. (Jena)

Full Text: DOI EuDML

References:

[1] Annales de l'École Normale, 3e série, t. IV, p. 361-380; 1887.

[2] Acta Mathematica, t. XX, p. 285-312; 1897.

[3] loc. cit. Acta Mathematica, t. XX, p. 286, 1897.

[4] Acta Societatis scientiarum Fennicae, t. XXIV, No. 10, p. 4; 1898. Quant à la définition de ? n (x), voir la Thèse de M. H. Renfer: Die Definitionen der Bernoullischen Funktionen usw. Berne 1900.

[5] Journal de Mathématiques, 4e série, t. IX, p. 209; 1893.

[6] Abhandlungen der Berliner Akademie, 1824, p. 35. Voir aussi mon Traité.Handbuch der Theorie der Cylinderfunktionen, p. 266; Leipsic, Teubner, 1904.

