zbMATH Open
THE FIRST RESOURCE FOR MATHEMATICS

Forsyth, A. R.

The differential invariants of space. (English) JFM 35.0610.12

Lond. Phil. Trans. (A) 202, 277-333 (1904); Abstract Lond. R. S. Proc. 72, 294-295 (1904).

Die Arbeit bezweckt und gibt eine vollständige Aufstellung der Differentialinvarianten des euklidischen Raumes, die abhängig sind von den sechs Eulerschen Fundamentalkonstanten des Linienelementes und von einer Funktion der drei Koordinaten (d. h. für eine bestimmte Fläche gelten) sowie deren Ableitungen. Je nachdem Ableitungen erster, zweiter, dritter Ordnung vorkommen sollen, werden Differentialinvarianten entsprechender Ordnung unterschieden. Der Weg zur Ableitung aller entsprechenden Invarianten ist derart, daß, mit den einfachsten beginnend, das zu lösende (im Jacobischen Sinne) vollständige System simultaner partieller Differentialgleichungen aufgestellt, durch leicht auffindliche Integrale, z. B. durch die Integrale für die Systeme niederer Ordnung reduziert, durch neue nach Analogieschlüssen erratene Integrale weiter reduziert und zum Schluß bewiesen wird, daß die Reduktion und damit die Lösung vollständig war. Die erratenen Integrale werden nach Analogie des bekannten Systems der Konkomitanten zweier ternären quadratischen Formen zusammengesetzt. Dies gilt für die Invarianten zweiter Ordnung, deren Bestimmung bereits die Lösung eines Systems von 18 Differentialgleichungen in 33 Variabeln erfordert. Die Bestimmung der Invarianten dritter Ordnung führt auf ein System von 75 Differentialgleichungen. Das analoge Erraten der Restintegrale würde die Kenntnis des Systems der Konkomitanten zweier ternären quadratischen und einer ternären kubischen Form erfordern. Da diese nicht bekannt sind, so hilft der Verf. sich auf andere Weise mit den aus der Theorie solcher Formen bekannten Resultaten. Die hierzu erforderlichen Rechnungen und Beweise werden, als zu umständlich, nicht mitgeteilt, doch wird das entsprechende System von Invarianten aufgestellt. Für Invarianten zweiter Ordnung wird übrigens auch noch die Ausdehnung auf zwei Funktionen (d. h. auf eine Raumkurve) gegeben. Den Schluß bilden einige Ausführungen über die geometrische Bedeutung der Invarianten, die mit den einfachen Differentialgrößen erster und zweiter Ordnung (Krümmungen) der Flächen in entsprechende Beziehungen gebracht werden. Für die Differentialinvarianten dritter Ordnung gelingt die Deutung im allgemeinen noch nicht; doch wird unter ihnen ein System von sechs isoliert, das auf die Cayleysche Verallgemeinerung der Laméschen Orthogonalflächensysteme führt (vgl. F. d. M. 34, 147, 1903, JFM 34.0147.01).

Reviewer: Brix, Reg.-Rat Dr. (Steglitz)

Cited in **4** Reviews

Full Text: DOI