Schubert, H.
Gleichungen zwischen Bedingungen bei spezieller Lage linearer Räume. (German)
JFM 34.0612.04
Hamb. Mitt. 4, 97-110 (1903).

(Siehe auch JFM 34.0612.02 u. JFM 34.0612.03) Das Symbol $[m]$ bezeichne einen linearen m-dimensionalen Raum. Die erste der genannten Abhandlungen beschäftigt sich nun mit solchen Gebilden eines ein für allemal zugrunde gelegten $[n]$, welche aus einem $[m]$ und einem mit ihm inzidenten $[m+q]$ bestehen. Ist eine algebraische Mannigfaltigkeit solcher Gebilde gegeben, und werden ferner dem $[m]$ und dem $[m+q]$ gewisse Bedingungen auferlegt, so wird, wenn die Dimension der gesamten auferlegten Bedingungen derjenigen der algebraischen Mannigfaltigkeit gleichkommt, aus dieser eine endliche Anzahl der in Rede stehenden Gebilde herausgehoben. Die Bedingungen, welche hier in Betracht gezogen werden, sind aber nur von der Art, daß sie dem $[m]$ und dem $[m+q]$ vorschreiben, mit anderen gegebenen linearen Räumen Räume von größerer Dimension gemein zu haben, als dies im allgemeinen der Fall ist, also lineare Bedingungen. Für diese werden einfache Symbole eingeführt, welche die Dimension der Bedingungen unmittelbar hervortreten lassen und welche gleichzeitig, wie dies ja auch sonst üblich ist, die Anzahlen der den Bedingungen genügenden Gebilde bezeichnen. Zwischen den verschiedenen Symbolen bestehen nun Gleichungen, "Inzidenzformeln", deren Herleitung den Gegenstand der Arbeit bildet. Eine Inzidenzformel wird als grundlegend bezeichnet, wenn sie außer solchen Bedingungen, die sich auf den $[m]$ und den $[m+q]$ zugleich beziehen, auch eine nur dem $[m]$ und eine nur dem $[m+q]$ auferlegte Bedingung enthält.

Die Herleitung der Inzidenzformel geschieht zunächst für $q=1$ nach dem Prinzip von der Erhaltung der Anzahl, indem von einer speziellen Lage ausgegangen wird. Man erhält so eine Reihe von Gleichungen zwischen den auf $[m]$ und $[m+1]$ bezüglichen Bedingungen. Stellt man sodann die entsprechenden Gleichungen für einen $[m+1]$ und einen mit diesem inzidenten $[m+2]$ auf, und eliminiert man aus diesen und den früheren Gleichungen die auf den $[m+1]$ bezüglichen Symbole, so gelangt man zu Inzidenzformeln für das aus einem $[m]$ und einem mit diesem inzidenten $[m+2]$ bestehende Gebilde. Die fortgesetzte Anwendung dieser Eliminationsprozesse führt zu den allgemeinen Inzidenzformeln für $[m]$ und $[m+q]$.

Der zweite der oben angeführten Artikel enthält nur die Mitteilung der Resultate, welche sich in dem ersten bewiesen finden. Der dritte Artikel enthält die ausführlichere Behandlung eines allgemeineren Problems, welches am Ende des ersten Artikels nur kurz berührt wird. Es handelt sich hier um die Inzidenzformeln für ein aus einem $[m+q]$ und einem $[m+q']$ bestehendes Gebilde, wo $[m+q]$ und $[m+q']$ einen $[m]$ gemein haben. Für $q'=0$ fällt dieses Problem mit dem vorher behandelten zusammen, und es sind auch hier wieder Eliminationsprozesse, durch welche die allgemeinen Formeln aus den speziellen hergeleitet werden; und zwar lassen sich die allgemeinen Formeln als Summen von Produkten γ zweier Faktoren darstellen, von denen der eine eine auf $[m+q]$, der andere eine auf $[m+q']$ bezügliche Bedingung enthält.

Reviewer: Steinitz, Prof. (Berlin)