**Poincaré, H.**

**Sur certaines surfaces algébriques. III$^{\text{ième}}$ complément à l'analysis situs.** (French)

JFM 33.0499.12
S. M. F. Bull. 30, 49-70 (1902).

Es wird die vierdimensionale Mannigfaltigkeit $V$, die der Gleichung $z = \sqrt{F(x,y)}$ entspricht, im Sinne der Analysis situs untersucht. $F(x,y)$ ist ein Polynom. $V$ kann in folgender Form dargestellt werden: Seien $\xi, \eta, \zeta, \zeta'$ vier reelle Variable; dann entspricht allen Punkten $\xi, \eta, \zeta, \zeta'$, die durch folgende Substitutionen auf einander hervorgehen, derselbe Punkt auf $V$:

$$\varphi_k(\xi,\eta),\ \psi_k(\xi,\eta);\ \zeta, \zeta' \quad (k = 1, 2, \dots, p)$$

$$\theta_i(\xi,\eta),\ \theta'_i(\xi,\eta);\ \chi_i(\zeta,\zeta'),\ \chi'_i(\zeta,\zeta') \quad (i = 1, 2, \dots, q).$$

Dabei entsprechen die Substitutionen der ersten Reihe den $2p$ von einander linear unabhängigen Wegen in der $x$-Ebene, wenn man $y$ als konstant betrachtet. Die Substitutionen der zweiten Reihe entsprechen den Umkreisungen der $q$ singulären Punkte $A_1, \dots, A_q$ in der $y$-Ebene, für die das Geschlecht der zugehörigen *Riemann*schen Fläche über der $x$-Ebene $< p$ wird. Man erhält diese Substitutionsfunktionen, wenn man $x$ und $z$ bei konstantem $y$ als *Fuchs*sche Funktionen einer Hülfsvariable $u = \xi + i\eta$ ausdrückt und die durch von einem Punkte aus nach $A_1, \dots, A_q$ gehende Wege zerschnittene $y$-Ebene ebenfalls durch eine *Fuchs*sche Funktion auf ein Kreisbogenpolygon der $(\zeta + i\zeta')$-Ebene abbildet. Umgibt man jeden Punkt $A_i$ mit einem "cercle de garde" und schließt die Werte von $y$ im Innern dieser Kreise bei der Bildung der Mannigfaltigkeit $V$ aus, so ist die durch die angegebenen Substitutionen erzeugte Gruppe $G$ *holoedrisch* isomorph mit der "Fundamentalgruppe" von $V$; d. i. jedem geschlossenen, auf einen Punkt zusammenziehbaren Wege auf $V$ entspricht ein ebenfalls geschlossener Weg in dem $(\xi, \eta, \zeta, \zeta')$-Raum, keiner nicht identischen Substitution von $G$ entspricht eine identische Substitution der Fundamentalgruppe. Läßt man dagegen die "cercles de garde" weg, so ist dies nicht mehr der Fall. Zunächst entspricht jeder Substitution der zweiten Reihe die identische Substitution, aber ferner auch gewissen Substitutionen der ersten Reihe. Bei Umkreisung eines Punktes $A_i$ vertauschen sich im allgemeinen zwei singuläre Punkte der $x$-Ebene, und ein entsprechender linearer Cyklus ist mit 0 äquivalent. Aber die beiden für $y = A_i$ zusammenfallenden singulären Punkte brauchen sich bei Umkreisung von $A_i$ auch nicht miteinander zu vertauschen. Dann hat die Fläche einen konischen Punkt. Es ist ein entsprechender linearer Cyklus dann nicht mit 0 äquivalent, sondern wird es erst, wenn er doppelt genommen wird. (Bei dieser Gelegenheit wird das wichtige Resultat von *Heegaard*; s. F. d. M. 29, 529, 1898, JFM 29.0529.01, wieder abgeleitet). Es folgt so: Ist $F(x,y)$ irreduzibel, so gibt es nurdie identische Substitution (in Übereinstimmung mit *Picard*schen Resultaten). Zerfällt aber $F(x,y)$, dann gibt es, wenn man konische Punkte als unüberschreitbar annimmt, von der Identität verschiedene Substitutionen, und zwar beispielsweise, wenn das Polynom in $n$ Polynome geraden Grades zerfällt, $2^{n-1}$.

Reviewer: Dehn, Dr. (Münster i. W.)



**Full Text:** DOI Numdam EuDML