

Heegard, Paul

Preliminary studies for a topological theory of the connectivity of algebraic surfaces.
(Forstudier til en topologisk Teori for de algebraiske Fladers Sammenhang.) (Danish)

JFM 29.0529.01

Kjöbenhavn. 97 S. (1898).

Diese Abhandlung, "Vorstudien zu einer topologischen Theorie über den Zusammenhang der algebraischen Flächen", sucht zuerst eine anschauliche Darstellung einer Function von zwei unabhängigen complexen Variablen zu geben. Dazu bedarf man einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit, und diese findet der Verf., indem er die Punkte unseres gewöhnlichen Raumes mit Cotenzen belegt. Im ersten Abschnitte werden nun Beispiele dieser Darstellungsweise gegeben. Im zweiten Abschnitte entwickelt der Verf. seine topologischen Studien. Julius Petersen hat in seiner Functionentheorie (Kap. IV) durch Punktirung und Erweiterung der Punktirungen die Riemann'sche Fläche auf eine Normalform gebracht, bestehend aus einer Elementarfläche mit angehefteten Doppelhenkeln. In ähnlicher Weise sucht jetzt Heegard das Diagramm einer dreifachen Mannigfaltigkeit zu construiren. Es besteht aus kleinen Kugeln (Elementarräumen), verbunden mit kleinen röhrenförmigen Räumen (Drähten) und flachen Räumen (Platten). Hogaard sucht eine Normalform dieser Diagramme zu finden. Dieses gelingt nicht. Doch giebt er verschiedene Methoden an, mittels deren das Diagramm vereinfacht werden kann.

Die wesentlichste Bedeutung der Abhandlung liegt aber in ihrer Kritik betreffs des von Betti aufgestellten Satzes, dass in einem n -dimensionalen, geschlossenen Raume die Betti'schen Zahlen bezüglich des Zusammenhanges p_{n-m} und p_m gleich sein sollen. Der Verf. verwirft sowohl die Beweise, die Picard und Poincaré gegeben haben, als den Satz. Die Unrichtigkeit des Satzes wird durch ein Beispiel, bei dem er nicht gilt, erwiesen. Es soll noch bemerkt werden, dass Poincaré später in Palermo Rend. 13, 285-343 den Satz und die Beweise aufs neue untersucht hat. Er bemerkt hier, dass man zwei verschiedene Definitionen der genannten Zahlen hat, eine von Betti und eine von ihm selbst. Nach der Definition von Betti ist der Satz unrichtig, nach seiner richtig. Er erkennt aber die Richtigkeit von Heegard's Einwendungen gegen den Beweis an, den er in seiner Abhandlung "Analysis situs" (J. de l'Éc. Pol. (2) 1; F. d. M. 26, 541, 1895, JFM 26.0541.07) gegeben hat, und liefert jetzt einen neuen Beweis.

Reviewer: [Valentiner, Dr. \(Kopenhagen\)](#)

Cited in 4 Reviews