zbMATH Open

THE FIRST RESOURCE FOR MATHEMATICS

Lerch, M.

Arithmetical theorems. (Arithmetische Lehrsätze.) (Czech) JFM 24.0186.01

Casopis XXI, 90-95, 185-190 (1892); (Böhmisch).

Bezeichnet E (entier) das bekannte Symbol Legendre's, so ist

$$(1) \qquad E\left(\frac{n}{k}\right)-E\left(\frac{n-1}{k}\right)=\begin{cases}1, & \text{(divis. } k),\\ 0, & \text{(non div. } k);\end{cases}$$

daraus folgt dann

$$\sum_{k=1}^{n}\left[E\left(\frac{n}{k}\right)-E\left(\frac{n-1}{k}\right)\right]=\Theta(n),$$

wo $\Theta(n)$ die Divisorenanzahl von n bezeichnet, und

$$(2) \qquad \sum_{k=1}^{n}\Theta(k)=\sum E\left(\tfrac{n}{k}\right).$$

Aus Formel (1) folgt weiter

$$(3) \qquad \sum_{k=1}^{n}\Theta_1(k)=\sum kE\left(\tfrac{n}{k}\right)$$

wenn

$$\Theta_1(n)=\Theta(n)+2,$$

und ebenso

$$(4) \qquad \sum_{k=1}^{n}\Theta_s(k)-\sum k^sE\left(\tfrac{n}{k}\right),$$

wo $\Theta_s(n)$ die Summe der zur Potenz s erhobenen Divisoren von n bedeutet, so dass daraus für $s=0$, 1 die Formeln (2), (3) sich ergeben.

Allgemein gilt dann, wenn

$$f(1),f(2),f(3),\dots$$

beliebige Grössen bezeichnen und δ alle Divisoren vertritt, also

$$\sum_{\delta}f(\delta)=F(n),$$

wie z. B.

$$F(12)=f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(6)+f(12),$$

die Relation

$$(5) \qquad \sum_{k=1}^{n}F(k)=\sum f(k)E\left(\tfrac{n}{k}\right).$$

Reviewer: Studnička, Prof. (Prag)

MSC:

11A25 Arithmetic functions; related numbers; inversion formulas

Keywords:

divisor sums

Full Text: EuDML