Bianchi, L.
Sui gruppi di sostituzioni lineari a coefficienti interi complessi. (Italian) JFM 22.0178.01
Rom. Acc. L. Rend. (4) VI, No. 1, 331-339 (1890).

Die Gruppen G der linearen Substitutionen einer Variable z

$$\frac{\alpha z+\beta}{\gamma z+\delta}$$

mit der Determinante $\alpha\delta-\beta\gamma=1$, in welcher die Coefficienten $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ alle ganzen, complexen, mit der vierten oder dritten Einheitswurzel i bez. ε gebildeten Zahlen durchlaufen, sind in der ganzen complexen z-Ebene uneigentlich discontinuirlich (Klein: Math. Ann. XXI. 141-182; Poincaré: Acta Math. II. 49-92). Der Verfasser untersucht die in diesen Gruppen enthaltenen Untergruppen mit endlichem Index, welche für das Studium der aus ihnen hervorgehenden Fuchs'schen Functionen und der für diese Functionen das Analogon der Modulargleichungen bildenden Gleichungen mit ihren Monodromie-Gruppen von Wichtigkeit sind.

Es wird zunächst gezeigt, dass jede Substitution der Gruppe G sich aus 3 Elementarsubstitutionen

$$T=\begin{pmatrix}0, & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}, S=\begin{pmatrix}1, & 1\\ 0, & 1\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad V=\begin{pmatrix}1, & i\\ 0, & 1\end{pmatrix} \quad \text{bez.} \quad \begin{pmatrix}1, & \varepsilon\\ 0, & 1\end{pmatrix}$$

zusammensetzen lässt. Sodann wird auf geometrischem Wege bewiesen, dass jede "Hermite'sche Form" (d. i. eine binäre quadratische Form mit conjugirten Variabeln)

$$a\xi\xi_0+b\xi\eta_0+b_0\xi_0\eta+c\eta\eta_0$$

mit negativer Determinante bb_0-ac einer "reducirten" Form äquivalent ist. Endlich werden diejenigen Untergruppen Γ von G betrachtet, welche durch die Congruenz

$$\begin{pmatrix}\alpha, & \beta\\ \gamma, & \delta\end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix}1, & 0\\ 0, & 1\end{pmatrix} \pmod{\mu}$$

definirt sind, wo μ eine Primzahl in der complexen Zahlenebene bedeutet, und es wird eine mit G isomorphe Gruppe Λ mit einer endlichen Anzahl von Substitutionen aufgestellt, deren identischer Substitution in G die Untergruppe Γ entspricht. Wenn μ eine complexe Zahl ist, so unterscheidet sich die Gruppe Λ nicht von der gewöhnlichen Modulargruppe; wenn μ eine reale Primzahl q von der Form $4n+3$ ist, so ist Λ eine einfache Gruppe vom Grade $\frac{q^2(q^4-1)}{2}$, zweifach transitiv über q^2+1 Elemente, welche in dem besonderen Falle $q=3$ holoedrisch isomorph mit der alternen Gruppe über 6 Elemente ist.

Reviewer: Wallenberg, Dr. (Berlin)