**Pochhammer, L.**

**Ueber die lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit linearen Coefficienten.** (German) JFM 22.0317.02

Math. Ann. XXXVI, 84-96 (1890).

Eine Differentialgleichung dieser Art lässt sich auf die Normalform (1) $xy'' = (x-\varrho)y' + \alpha y$ ($\alpha$ und $\varrho$ Constanten) bringen; sie hat, falls $\varrho$ nicht ganzzahlig ist, eine transcendenten ganze Function von $x$ und das Product aus $x^{1-\varrho}$ und einer transcendenten ganzen Function zu particulären Integralen. Die Auflösung der Gleichung (1) kann bekanntlich durch bestimmte Integrale geschehen. Diese Integrale, wie sie gewöhnlich angegeben werden, haben jedoch nur beschränkte Gültigkeit, da sie nur für gewisse Wertgebiete der Constanten $\alpha$ und $\varrho$ convergiren. Der Verf. gelangt zu einer allgemein gültigen Lösung mittels bestimmter Integrale, indem er geschlossene Integrationscurven für die letzteren anwendet. Lässt man in der $u$-Ebene die Variable $u$ die reelle Axe von $u=-\infty$ bis $u=-k$, wo $k > \operatorname{mod} x$, dann den um $u=0$ mit dem Radius $k$ beschriebenen Kreis im positiven Sinne und endlich die reelle Axe von $u=-k$ bis $u=-\infty$ zurück durchlaufen, so befriedigt das so definirte geschlossene Integral

$$\int_{-\infty}^{-} e^u (u-x)^{-a} u^{a-\varrho} du$$

die Gleichung (1) und stellt für jedes $\alpha$ und jedes nicht ganzzahlige $\varrho$ die eindeutige Lösung dar. Für die andere nicht eindeutige Lösung dient ein über dieselbe Function erstrecktes geschlossenes Integral mit folgendem Umlauf: Auf der Verbindungslinie zwischen $u=0$ und $u=x$ nimmt man einen beliebigen Punkt $c$ an, zieht dann durch diesen 2 Kreise $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ um resp. $u=0$ und $u=x$, so dass sie sich in $c$ berühren. Der Integrationsweg beginnt in $c$, durchläuft nach einander $\mathfrak{Q}^+\mathfrak{P}^+\mathfrak{Q}^-\mathfrak{P}^-$ ($\mathfrak{Q}^+$ bedeutet einen Umlauf längs $\mathfrak{Q}$ im positiven Sinne u. s. w.) und endigt in $c$. Die Modificationen, die für ein ganzzahliges $\varrho$ eintreten, werden ebenfalls erörtert.

Reviewer: Hamburger, Prof. (Berlin)



**Full Text:** DOI EuDML