Gordan, P.

Die Discriminante der Form 7ten Grades $f = a_x^7$. (German) JFM 20.0126.02

Math. Ann. XXXI, 566-600 (1888).

Der Verfasser drückt mit Hülfe symbolischer Rechnung die Discriminante der binären Form $a_x^7 = b_x^7 = \dots$ als ganze rationale Function der fundamentalen Invarianten dieser Grundform aus. Der dabei befolgte Gedankengang wird in der Einleitung vom Verfasser selbst kurz skizzirt und entspricht der Methode, deren sich der Verfasser früher bei den Formen 4ter, 5ter und 6ter Ordnung bedient hat. Ist α_x ein Doppelfactor von a_x^7, so bestehen die beiden Gleichungen

$$(a\alpha)^6 a_1 = 0, \quad (a\alpha)^6 a_2 = 0,$$

welche in den Coefficienten von α_x vom Grade sechs sind. Aus diesen lassen sich nach Bézout und Cayley sechs Gleichungen vom Grade fünf in α herstellen, welche man aus

$$(a\alpha)^6 (ab) b_x^6 = 0$$

erhält, wenn man die linke Seite durch α dividirt. Diese sechs Gleichungen werden durch Ueberschiebungen so mit einander combinirt, dass sich mittelst Division von α_x Gleichungen 4ten Grades in den Coefficienten von α_x ergeben. So fortfahrend, gelangt der Verfasser schliesslich zu quadratischen Gleichungen, aus denen die Elimination der Coefficienten von α_x möglich ist. Es ergiebt sich auf diese Weise die Endgleichung

$$-\frac{972}{5}\, c_1 + A\left\{\frac{8569}{150}\, A^2 + \frac{2768}{5}\, A\gamma_{01} - \frac{10653}{4}\, \gamma_{02} + \frac{1488}{5}\, \gamma_{03}\right\}$$

$$+\frac{3627}{2}\, \gamma_{11} - \frac{20505}{2}\, \gamma_{12} - \frac{7425}{2}\, \gamma_{22} + 2430\, \gamma_{23} + 162\, \gamma_{33} = 0.$$

Hierin ist, wenn man

$$\begin{aligned} &(f,f)_4 = k, \quad (f,f)_6 = i, \quad (k,f)_5 = r, \quad (k,k)_4 = l, \\ &(f,i^2)_4 = \varrho, \quad (k,i^2)_4 = u, \quad (l,i)_2 = v, \quad 3(r,r)_2 = \tau \end{aligned}$$

setzt,

$$\begin{aligned} c_1 = (\varrho,(\varrho,i))_3, &\quad A = (i,i)_2, \\ \gamma_{01} = (i,u)_2, \quad \gamma_{02} = (i,v)_2, &\quad \gamma_{03} = (i,\tau)_2, \\ \gamma_{11} = (u,u)_2, \quad \gamma_{12} = (u,v)_2, &\quad \gamma_{22} = (v,v)_2, \\ \gamma_{13} = (u,\tau)_2, \quad \gamma_{23} = (v,\tau)_2, &\quad \gamma_{33} = (\tau,\tau)_2. \end{aligned}$$

Die linke Seite der obigen Endgleichung ist vom Grade 12 in den Coefficienten der Grundform f, und da sie, wie der Verfasser mit Hülfe der speciellen Form $x_1^7 + 7x_1^5x_2^2 - 7x_1^2x_2^5 + x_2^7$ zeigt, nicht identisch verschwindet, so ist sie die verlangte Discriminante.

Reviewer: Hilbert, Dr. (Königsberg i.Pr.)

Full Text: DOI EuDML