Pincherle, S.

Sul carattere aritmetico dei coefficienti delle serie. (Italian) JFM 20.0327.01

Palermo Rend. II, 153-164 (1888).

In Verallgemeinerung des Satzes, den der Verf. in J. für Math. CIII. (s. voriges Referat (JFM 20.0326.01)) mitgeteilt hat, wird folgendes Resultat hergeleitet: Es sei die Differentialgleichung gegeben

$$q_0(x)\varphi(x) + q_1(x)\varphi'(x) + \cdots + q_s(x)\varphi^{(s)}(x) + xq_{s+1}(x)\varphi^{(s+1)}(x) + \cdots + x^{m-s}q_m(x)\varphi^{(m)}(x) = 0,$$

wo

$$q_h(x) = a_{h,0} + a_{h,1}x + a_{h,2}x^2 + \cdots + a_{h,p}x^p \quad (h = 0, 1, 2, \ldots, m)$$

und die $a_{\mu,\nu}$ ganze Zahlen sind.

Dann werden s Integrale in der Umgebung von $x = 0$ eindeutig, $m - s$ singulär sein. Die Coefficienten in den Entwickelungen der ersteren $\sum c_n x^n$ sind so beschaffen, dass $c_0, c_1, \ldots, c_{s-1}$ willkürlich sind, und wenn für dieselben ganze Zahlen genommen werden, die übrigen c_m Brüche sind, deren Nenner nur Primfactoren p_n enthalten, welche der Bedingung genügen, dass $\lim_{n=\infty} \frac{p_n}{n^{m-s}}$ endlich ist.

Hierbei ist vorausgesetzt, dass

$$D_0(\lambda) = a_{s,0} + a_{s+1,0}\lambda + a_{s+2,0}\lambda(\lambda-1) + \cdots + a_{m,0}\lambda(\lambda-1)\ldots(\lambda-(m-s-1)) = 0$$

irreductibel ist. Die $m - s$ übrigen Integrale sind entwickelbar in der Form $\sum c_n x^{n+\varrho}$, wo ϱ eine Wurzel der Gleichung $D_0(\varrho - s) = 0$ ist. Die Coefficienten c_n haben, $a_{m,0} = 1$ vorausgesetzt, die Form

$$k_0 + k_1\varrho + \cdots + k_{m-s-1}\varrho^{m-s-1},$$

worin $k_0, k_1, \ldots$ Brüche sind mit Nennern von der Beschaffenheit, dass der grösste in ihnen enthaltene Primfactor p_n der Bedingung genügt, durch $n^{(m-s)^2}$ dividirt für unendlich wachsende n sich einer endlichen Grenze zu nähern. Daran schliessen sich Bemerkungen, betreffend die Modificationen, die der Satz erfährt in dem Falle, dass $D_0(\lambda) = 0$ reductibel ist, sowie eine Verallgemeinerung des Satzes noch nach einer anderen Richtung, worüber auf die Originalabhandlung verwiesen sei.

Reviewer: Hamburger, Prof. (Berlin)

Full Text: DOI

References:

[1] Annales de l'Ecole Normale Supérieure, s II, t. XII, 1883.
[2] Journal für die reme und angewandte Mathematik, t. LXVI.