Kronecker, L.
Ueber den Zahlbegriff. (German) JFM 19.0063.03
J. für Math. CI, 337-355 (1887).

Der zweite Aufsatz ist durch teilweise Umarbeitung und Erweiterung des ersten (siehe JFM 19.0061.02) entstanden, und unterscheidet sich von demselben besonders durch die letzten, der Theorie der Gleichungen gewidmeten Betrachtungen.

Herr Kronecker geht von einer Reihe verschiedener und für uns unterscheidbarer Objecte aus, denen man gewisse, nach fester Reihenfolge geordnete Bezeichnungen, die "Ordnungszahlen" beilegen kann. Die Gesamtheit der bei einer gegebenen Schar verwendeten Bezeichnungen fasst man in den Begriff der "Anzahl der Objecte" zusammen und knüpft denselben unzweideutig an die letzte der verwendeten Bezeichnungen. Dies führt auf den Begriff der "Cardinalzahl" oder der "Zahl" schlechthin. Einer Schar von Objecten kann man die Reihe der Ordnungszahlen auf verschiedene Weise beilegen, indem man neue Reihenfolgen der Bezeichnungen festsetzt; aber die Gesamtheit der Bezeichnungen und also die "Anzahl" der Objecte bleibt ungeändert; sie tritt als einzige "Invariante" hierbei auf. Hieraus folgen dann einfache Beweise für die Vertauschbarkeit der Summanden einer Summe und der Factoren eines Products, da sich die auf verschiedenen Wegen erlangten Resultate als verschiedene Ausdrücke für die Anzahl derselben Objecte nur in verschiedenen Anordnungen ausweisen. Es wird dann gezeigt, wie die principielle Einführung der "Unbestimmten" zur Behandlung der Algebra ausreicht, ohne dass die Einführung der negativen, der gebrochenen, der reellen oder imaginären algebraischen Zahlen notwendig wäre. Mit Hülfe gewisser Moduln oder Modulsysteme ist man im Stande jene Grössen auszuscheiden. In der Abhandlung "ein Fundamentalsatz der allgemeinen Arithmetik" ist gezeigt worden, wie die Einführung und Verwendung der algebraischen Zahlen überall da entbehrlich ist, wo nicht die Isolirung der unter einander conjugirten erforderlich wird; hier wird diese Isolirung selbst ohne Einführung neuer Begriffe durchgeführt. Es werden nämlich Intervalle von beliebiger Kleinheit bestimmt, innerhalb deren die Function ihrem absoluten Werte nach eine beliebig kleine Grösse nicht übersteigt, und für welche sie am Anfangs- und am Endpunkt verschiedene Vorzeichen besitzt.

Reviewer: Netto, Prof. (Giessen)

Full Text: Crelle EuDML