

**Schubert, H.**

**Die  $n$ -dimensionalen Verallgemeinerungen der fundamentalen Anzahlen unseres Raumes.**

(German) [JFM 17.0668.01](#)

*Klein Ann.* XXVI, 26-51 (1885).

Ein im  $n$ -dimensionalen Gebiet liegender  $a$ -dimensionaler Raum (Hauptelement), bezeichnet durch  $[a]$ , ist durch  $(n - a)$  Bedingungsgleichungen bestimmt, aus deren Existenz sich Sätze über die Anzahl von Räumen ergeben, welche andere gegebene Räume gleichzeitig enthalten oder gleichzeitig in ihnen enthalten sind. Von diesen Sätzen, die sich ihrer Natur nach zunächst an die von Grassmann in der Ausdehnungslehre von 1844, S. 185 (Neudruck S. 184) gegebenen anschliessen, teilt der Verfasser neben zwei schon von Veronese gefundenen mehrere neue mit, die bei der weiteren Untersuchung als Hilfssätze verwandt werden. Der wichtigste lautet: Es ist für einen  $[a]$  eine  $(c + 1)(n + c - a - b)$ -fache Bedingung, mit einem  $[b]$  einen und nur einen  $[c]$  gemeinsam zu haben. Für  $a = b = c$  ergibt sich  $(a + 1)(n - a)$  als Constantenzahl eines  $[a]$ . Hieran schliesst sich eine Reihe anderweitiger Specialisirungen. "Grundbedingungen" eines Punktes sind die Bedingungen, welche aussagen, dass er in irgend einem  $[a]$  liege. Demnach bedeutet  $[0]$ , dass der Punkt gegeben ist, während die Bedingung  $[n]$  stets von selbst erfüllt ist. Der Verfasser findet, dass analog alle Grundbedingungen eines Strahls in dem Symbol  $(a, b)$  enthalten sind, wenn  $a < b$ ,  $b \leq n$  ist,  $[a]$  in  $[b]$  liegt, und der Strahl in  $[b]$  liegt und  $[a]$  schneidet. Die Anzahl aller Grundbedingungen des Strahles ist dann  $\frac{1}{2}n(n + 1)$ , und die Dimensionenzahl der Bedingung  $[p, q]$  ist  $2n - 1 - p - q$ . Analog bedeutet für die Ebene das Symbol  $(a, b, c)$ , dass  $[a]$  in  $[b]$  und  $[b]$  in  $[c]$  liegt, und die Ebene mit  $[c]$  alle Ihre Punkte, mit  $[b]$  die Punkte einer Geraden, mit  $[a]$  einen Punkt gemeinsam hat. Analoges wie für Gerade und Ebene gilt, wieder Verfasser zeigt, auch für Hauptelemente von beliebiger Dimensionenzahl. Als "Grundgebilde" wird ferner die Gesamtheit der eine gegebene Grundbedingung erfüllenden Hauptelemente definiert, und es wird die Stufenzahl dieses Grundgebildes bestimmt, auch die Perspective in die Erzeugung höherer Gebilde durch projective Zuordnung solcher Grundgebilde eröffnet. Der nächste Fortschritt der Betrachtung besteht darin, dass ein Hauptelement mehreren Grundbedingungen gleichzeitig unterworfen wird. Es kommt dann darauf an, diese zusammengesetzte Bedingung, die sich zunächst als Product einfacher Bedingungen darstellt, durch eine einfache Grundbedingung zu ersetzen. Diese Aufgabe löst der Verfasser in der vorliegenden Arbeit allgemein für den Strahl, während für höhere Hauptelemente erst die Grundlagen der Lösung gewonnen sind. Der letzte Abschnitt bringt als Anwendung die Lösung von zwei specielleren Aufgaben, nämlich Bestimmung der Zahl der Strahlen eines  $[n]$ , welche 1) der einfachen Bedingung, einen gegebenen  $[n - 2]$  zu schneiden, 2) der zweifachen Bedingung, einen gegebenen  $[n - 3]$  zu schneiden, beliebig oft, und ausserdem einer beliebigen Grundbedingung genügen.

Reviewer: Schlegel, Dr. (Hagen)

Cited in **9** Reviews  
Cited in **4** Documents

**Full Text:** [DOI](#) [EuDML](#)

#### References:

- [1] Einen Theil dieser Wahrheiten (I und II) hat u. a. Herr Veronese in der Einleitung zu einer inhaltreichen Abhandlung (*Math. Ann.*, Bd. 19, S. 161) zusammengestellt, welche die projectiven Verhältnisse der Räume von verschiedenen Dimensionen mit Hilfe des Principes des Projicirens und Schneidens behandelt.

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.