Picard, E.

On integrals of totally algebraic differentials. (Sur les intégrales de différentielles totales algébriques.) (French) JFM 16.0293.01

C. R. IC, 961-963 (1885).

Die Note behandelt für algebraische Flächen

$$f(x, y, z) = 0$$

die wichtige Frage nach den überall endlichen Integralen ("Integralen erster Gattung") von der Form

$$\int_{x_0,y_0}^{x,y} (Pdx + Qdy),$$

wo P und Q rationale Functionen von x, y, z sind und der Ausdruck $Pdx + Qdy$ integrabel ist. Unter der Voraussetzung, dass die Fläche $f = 0$ nur isolirte Doppelpunkte mit nicht zerfallendem Tangentialkegel, oder Doppelcurven mit überall getrennten Tangentialebenen besitzt, ergiebt sich, dass ein solches Integral erster Gattung die Form hat

$$\int_{x_0,y_0,z_0}^{x,y,z} \frac{Bdx - Ady}{f_2'(x, y, z)}.$$

Dabei sind A, B und eine dritte Function C Polynome $(m-2)^{\text{ten}}$ Grades in x, y, z die speciell in y, z, bez. z, x, bez. x, y nur bis zum $(m-3)^{\text{ten}}$ Grade austeigen und der Identität genügen:

$$A\frac{\partial F}{\partial x} + B\frac{\partial F}{\partial y} + C\frac{\partial F}{\partial z} = \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right) f(x, y, z)$$

Die Bedingungen sind notwendig und hinreichend. Eine Doppelcurve der Fläche $F = 0$ geht durch die Flächen $A = 0,\ B = 0,\ C = 0$ hindurch.

Flächen zweiter und dritter Ordnung besitzen weil "unicursal" keine Integrale erster Gattung. Bei Flächen vierter Ordnung kann zuerst ein und nur ein solches Integral auftreten (Vergl. hierzu die Note von Poincaré, C. R. IC. p. 1145, über die auf der folgenden Seite referirt ist (JFM 16.0295.01)). Lassen sich die Coordinaten x, y, z eines Punktes einer Fläche als Abel'sche Functionen zweier Parameter u, v darstellen, so dass irgend einem Punkte derselben (von Perioden abgesehen) nur ein Wertepaar u, v zukommt, so besitzt die Fläche zwei und nur zwei unabhängige Integrale erster Gattung, aus deren Existenz umgekehrt wieder die Darstellung der x, y, z durch die u, v abgeleitet werden kann.

Reviewer: Dyck, Prof. (München)

MSC:

34C05 Topological structure of integral curves, singular points, limit cycles of ordinary differential equations

Cited in **5** Reviews

Keywords:

ordinary differential equation

Full Text: Gallica