

Liapunow, A.

Ueber die Stabilität der ellipsoidischen Gleichgewichtsfiguren einer rotirenden Flüssigkeit.
(Russian) [JFM 16.0793.02](#)
St. Petersburg (1884).

Diese Abhandlung enthält eine Untersuchung über die Stabilität der bekannten ellipsoidischen Gleichgewichtsfiguren einer rotirenden Flüssigkeit, deren Teilchen sich gegenseitig nach dem Newton'schen Gesetze anziehen. Die ganze Untersuchung stützt sich auf ein von Thomson und Tait in der neuen Auflage ihres "Treatise on natural philosophy" (Vol. I. Part. II. 1883) aufgestelltes Princip, welches sie folgendermassen aussprechen: "When the energy with given moment of momentum is either a minimum or a maximum, the kinetic equilibrium is stable, if the liquid is perfectly inviscid."

Die Abhandlung teilt sich in sechs Capitel; im ersten derselben bestrebt sich der Verfasser das genannte Princip zu beweisen. Die Aufgabe stabile Gleichgewichtsfiguren aufzufinden ist hier auf die Erforschung der Minimums-Bedingungen eines von der Form der Flüssigkeit abhängigen Ausdrucks zurückgeführt. Die vier folgenden Capitel enthalten die Anwendungen auf die bekannten Rotationsellipsoide von Maclaurin und die dreiaxigen Ellipsoide von Jacobi und sind hauptsächlich der Erforschung des Zeichens der zweiten Variation des obengenannten Ausdrucks für diese Gleichgewichtsfiguren gewidmet. Dieselbe stützt sich auf einige vom Verfasser bewiesene Eigenschaften der Kugel – und Lamé'schen Functionen. Bei Betrachtung der Rotationsellipsoide erörtert der Verfasser ausser dem allgemeinen Falle, wenn keine Voraussetzungen über die Störungen gemacht sind, auch einige specielle Voraussetzungen, z. B. wenn eine solche Bedingung gestellt ist, dass die Flüssigkeit in gestörter Bewegung die Form eines Rotationskörpers bewahren muss, oder eine solche, bei der das Momentenellipsoid der flüssigen Masse ein Rotationsellipsoid bleibt. Im sechsten Capitel beweist der Verfasser besonders die Stabilität des Rotationsellipsoids von Jacobi, für welche die Erforschung der zweiten Variation ungenügend ist.

Für den allgemeinen Fall in betreff der Störungen sind die Hauptresultate folgende:

Von Rotationsellipsoiden sind diejenigen, deren Excentricitäten diejenige des Rotationsellipsoids von Jacobi (0,8126...) nicht übersteigen, stabile Gleichgewichtsfiguren. Von dreiaxigen Ellipsoiden sind stabil diejenigen, welche sich von Rotationsellipsoiden nur wenig unterscheiden. Für solche darf nämlich die Winkelgeschwindigkeit nicht kleiner als die Grösse sein, welche zum Maximum der Winkelgeschwindigkeit für dreiaxige Ellipsoide im Verhältnis 0,87...steht.

Diese beiden Resultate sind vom Verfasser am Ende seiner Abhandlung folgendermassen zusammengefasst:

Jedem Werte des Moments der Bewegungsgrösse, welches kleiner ist, als eine das Minimum dieses Moments für dreiaxige Ellipsoide im Verhältnis 1, 28 übersteigende Grösse, entspricht eine stabile ellipsoidische Gleichgewichtsfigur, welche dabei ein dreiaxiges Ellipsoid darstellt, wenn dieses möglich ist.

Bei gewissen Voraussetzungen über Störungen ergeben sich natürlich für Stabile Ellipsoide die weiteren Grenzen. Zum Beispielergiebt sich, dass alle dreiaxigen Ellipsoide von Jacobi stabile Gleichgewichtsfiguren sind, wenn die Bedingung gestellt ist, dass die Flüssigkeit die ellipsoidische Figur bewahren muss, worauf schon von Riemann hingewiesen war.

Reviewer: Liapunow, Dr. (Charkow)

Cited in **3** Reviews