Pochhammer, L.

On hypergeometric functions of the n^{th} order. (Ueber hypergeometrische Funktionen n^{ter} Ordnung.) (German) JFM 02.0265.01

Borchardt J. LXXI, 316-352 (1870).

Unter dieser Bezeichnung werden Funktionen verstanden, welche für $n=2$ in die bekannten Gauss'schen hypergeometrischen Funktionen übergehen und , auch hiervon abgesehen, ein ihnen analoges Verhalten zeigen.

Sie lassen sich durch die Differentialgleichung

$$\varphi(x)\frac{d^n y}{dx^n}+\sum_{k=n-1}^{k=0}(-1)^{n-k}\Big\{(\lambda-k-1)_{n-k}\varphi^{(n-k)}(x)+$$

$$(\lambda-k-1)_{n-k-1}\psi^{(n-k-1)}(x)\Big\}\frac{d^k y}{dx^k}=0$$

definiren, in welcher $\varphi(x)$ eine ganze Funktion $n^{\text{ten}}, \psi(x)$ eine ganze Funktion $(n-1)^{\text{ten}}$ Grades und λ eine Constante bedeutet. Sie besitzen ausser $x=\infty$ noch n endliche singuläre (Unendlichkeits- und Verzweigungs-) Punkte $a_1, a_2, \dots a_n$, und ihre verschiedenen Zweige sind gleich Integralen von der Form:

$$\text{Const.}\int_g^h (u-a_1)^{b_1-1}(u-a_2)^{b_2-1}\cdots(u-a_n)^{b_n-1}(u-x)^{\lambda-1}du,$$

wo g und h je zwei der $(n+1)$ Grössen $a_1, a_2, \dots a_n$ und x bedeuten. Für jeden der n singulären Punkte $a_1, a_2, \dots a_n$ existiren je $(n-1)$ wesentlich von einander verschiedene particuläre Integrale, welche convergent entwickelbar sind, und je ein n^{tes} welches durch Division mit einer Potenz von $(x-a_\nu)$ eindeutig und von Null verschieden wird; ähnlich für $x=\infty$.

Reviewer: Worpitzky, Dr. (Berlin)

MSC:

33C99 Hypergeometric functions

Keywords:

n^{th}-order hypergeometric functions

Full Text: DOI Crelle EuDML