Beltrami, E.

Fundamental theory of spaces of constant curvature. (Teoria fondamentale degli spazii di curvatura costante.) (Italian) JFM 01.0208.03

Brioschi Ann. (2) II, 232-255 (1868).

Der Verfasser betrachtet einen Raum von n Dimensionen, in welchem jeder Punkt durch ein Werthsystem der n Variabeln $x_1, x_2, \dots x_n$ definirt ist. Ist x eine neue Variable, und

$$x^2 + x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = a^2,$$

so drückt $ds = R\frac{\sqrt{dx^2+dx_1^2+dx_2^2+\dots+dx_n^2}}{x}$, (wo R und a Constanten) das Linearelement oder die Entfernung zweier unendlich nahen Punkte dieses Raumes aus. Die geodätischen Linien dieses Raumes genügen der Gleichung:

$$\delta \int \frac{\sqrt{dx^2 + dx_1^2 + \dots + dx_n^2}}{x} = 0$$

mit der Bedingung: $x\delta x + x_1\delta x_1 + \dots + x_n \delta x_n = 0$. Hieraus leitet der Verfasser her:

$$x_1 = b_1 x_n + b_1'; \quad x_2 = b_2 x_n + b_2'; \dots x_{n-1} = b_{n-1} x_n + b_{n-1}'.$$

Also werden die geodätischen Linien des betrachteten Raumes durch $(n-1)$ lineare Gleichungen unter den n Coordinaten $x_1, x_2, \dots x_n$ dargestellt. Es folgt dann der Ausdruck für die Länge eines geodätischen Bogens. Sind die Variabeln $x_1, x_2, \dots x_n$ und die Constanten R, a reell, so ist die Grenze dieses Raumes ein Raum von $(n-1)$ Dimensionen, der durch die Gleichung $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = a^2$ gegeben ist. Innerhalb dieser Grenze ist der erste Raum stetig und einfach zusammenhängend. Es folgen nun Betrachtungen über die Winkel solcher geodätischen Linien und über die Transformation der Coordinaten. Am Schlusse finden sich Vergleiche mit der gewöhnlichen Geometrie und derjenigen auf Flächen von constanter negativer Krümmung.

Reviewer: Maynz, Dr. (Ludwigslust)

MSC:

53A35	Non-Euclidean differential geometry	
53C21	Methods of global Riemannian geometry, including PDE methods; curvature restrictions	

Keywords:

constant curvature; pseudospherical surfaces

Full Text: DOI