

Weil, André

L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications. (French) Zbl 0063.08195
Actualités scientifiques et industrielles. 869. Paris: Hermann & Cie. 158 p. (1940).

Kap. I bringt die Grundbegriffe der topologischen Gruppen, die Homomorphiesätze, die grundlegenden Sätze über kompakte und lokalkompakte (als kompakt wird hier eine Gruppe bezeichnet, die in der sonst üblichen Terminologie als bikompakt bezeichnet wird) Gruppen, direkte Produkte und eine ausführliche Auseinandersetzung des projektiven Limes einer Menge von Gruppen. Charakteristisch für das ganze Buch ist die Vermeidung jeder Abzählbarkeitsvoraussetzung, die für viele Begriffe und Sätze zu einer größeren Allgemeinheit als bisher in der Literatur führt. An die Stelle von konvergenten Folgen tritt der Cartansche Begriff des Filters (der übrigens dem "directed set" von E. H. Moore entspricht).

Kap. II bringt die Existenz und Eindeutigkeit des Haarschen Maßes in jeder lokalkompakten Gruppe und das Maß in den homogenen Räumen, die durch eine lokalkompakte Gruppe und eine abgeschlossene Untergruppe erklärt werden.

Kap. III enthält eine sehr ausführliche Theorie der Faltung $\psi * \varphi = \int \psi(y)\varphi(y^{-1}x) dy$ zweier Funktionen auf einer Gruppe und die Funktionen von positivem Typus auf einer Gruppe.

Kap. IV bringt die Grundtatsachen der Darstellungstheorie, die Anwendbarkeit des Integralbegriffes auf die stetigen Darstellungen der lokalkompakten Gruppen, daß jede solche Darstellung gleichzeitig eine Darstellung der Gruppenalgebra der stetigen Funktionen liefert, und daß jede beschränkte Darstellung einer beliebigen Gruppe einer unitären äquivalent ist.

Kap. V betrachtet die Darstellungen der kompakten Gruppen, beweist für sie die Orthogonalität und Vollständigkeit des Systems der Koeffizienten der einzelnen irreduziblen unitären Darstellungen (Verallgemeinerung der Peter-Weylschen Theorie), den Approximationssatz von Weyl. Diese Sätze werden weiter auf homogene Räume ausgedehnt und eine Reihe von Frobeniusschen Sätzen über Darstellungen endlicher Gruppen und Charakterenrelationen auf kompakte Gruppen übertragen. Als Anwendung wird unter Heranziehung Cartanscher Sätze aus der Theorie der Lieschen Gruppen bewiesen, daß jede kompakte Gruppe projektiver Limes von kompakten Lieschen Gruppen ist, und weitere auf Pontryagin zurückgehende Struktursätze über zusammenhängende endlich-dimensionale kompakte Gruppen abgeleitet.

Kap. VI enthält die Theorie der abelschen lokalkompakten Gruppen, die Aufstellung der Charaktergruppe und einen ausführlichen neuen Beweis des Dualitätssatzes, nach dem die Charaktergruppe der Charaktergruppe isomorph der ursprünglichen Gruppe ist. Er verläuft so, daß der Dualitätssatz zuerst für die "elementaren" Gruppen bewiesen wird (Vektorgruppe, Torusgruppe, Gruppe der ganzen Zahlen, endliche Gruppe), dann für die projektiven Limes solcher Gruppen und dann für die induktiven Limes (duale Bildung zum projektiven Limes) der so gewonnenen Gruppen und damit für jede lokalkompakte abelsche Gruppe. Den Beschluß des Kapitels bildet das Studium der Fouriertransformation in beliebigen lokalkompakten abelschen Gruppen; die Sätze von Plancherel und Bochner werden für diesen allgemeinen Fall bewiesen.

Kap. VII beschäftigt sich mit der Darstellung beliebiger Gruppen in lokalkompakten, dem Begriff der Fastperiodizität in Gruppen, den fastperiodischen Funktionen bis zur Einordnung des Bohrschen Spezialfalles. In zwei Anhängen wird bewiesen, daß die lokalkompakten Gruppen die einzigen sind, in denen sich ein Haarsches Maß mit gewissen einfachen Eigenschaften erklären läßt, und eine neue Ableitung der wichtigsten Sätze über dieses Maß gegeben. Das vorliegende Heft ist keineswegs nur eine Zusammenfassung von bereits in der Literatur vorliegenden Resultaten, sondern enthält fast in jedem Kapitel eine Anzahl von vereinfachten Beweisen, wesentlichen Verallgemeinerungen und eine Reihe von neuen Resultaten.

(Gemeinsames Referat für Jahrbuch und Zentralblatt)

Reviewer: G. Köthe (Gießen)

MSC:

- [22-02](#) Research exposition (monographs, survey articles) pertaining to topological groups
- [22Axx](#) Topological and differentiable algebraic systems
- [22Bxx](#) Locally compact abelian groups (LCA groups)
- [22Cxx](#) Compact groups
- [22Dxx](#) Locally compact groups and their algebras
- [43A60](#) Almost periodic functions on groups and semigroups and their generalizations (recurrent functions, distal functions, etc.); almost automorphic functions

Cited in 3 Reviews Cited in 202 Documents
--