

Berg, Lothar

Asymptotic representations and expansions. (Asymptotische Darstellungen und Entwicklungen.) (German) [Zbl 0165.36901](#)

Hochschulbücher für Mathematik. Band 66. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. ix, 324 p. (1968).

Asymptotische Untersuchungen spielen schon seit langem in nahezu allen mathematischen Disziplinen eine nicht zu unterschätzende Rolle. Insbesondere in der Theorie der Differentialgleichungen, der speziellen Funktionen, der Integraltransformationen, der analytischen Zahlentheorie, in der numerischen Mathematik sind problem-eigene Methoden entwickelt worden. Aber erst in jüngster Zeit sind Versuche unternommen worden, die grundlegenden asymptotischen Begriffsbildungen und Methoden unabhängig von speziellen Anwendungsgebieten herauszuarbeiten. Da die Asymptotik sich als eigenständige mathematische Disziplin erst herauszuschälen beginnt, ist es auch nicht verwunderlich, daß erst wenige und zudem nicht umfangreiche Bücher über diesen Gegenstand erschienen sind. Vorliegendes Buch schließt eine empfindliche Lücke vor allem in der deutschsprachigen Literatur. Wenn Verf. in seinem Vorwort auch betont, daß er sich entsprechend den anderen Büchern ebenfalls mit einer Auswahl des Stoffes begnügt, so muß doch gesagt werden, daß der Leser einen sehr guten Einblick in die recht zahlreichen Methoden erhält. Gegenüber anderen Büchern werden vor allen Dingen die modernsten Entwicklungen sowie die Ergebnisse des Verf. und seiner Schule dargelegt. Dem Verf. ist es gelungen, drei Anforderungen an ein solches Buch zu erfüllen:

1. Dem Forscher werden genügend Anregungen gegeben, weitere Methoden und Verfahren bei speziellen Problemen zu entwickeln.
2. Der Praktiker, dem mehr an der Anwendbarkeit asymptotischer Methoden gelegen ist, findet die Ergebnisse in übersichtlicher Weise angeordnet und durch viele Beispiele illustriert
3. Der Anfänger wird methodisch geschickt an die tiefliegenden Resultate herangeführt.

Das Buch gliedert sich in vier Kapitel: I. Grundbegriffe der Asymptotik, II. Asymptotische Lösungen, III. Asymptotische Darstellung von Parameterintegralen, IV. Anhang.

Im ersten Kapitel wird der Leser mit der grundlegenden Problemstellung der Asymptotik, mit ihren grundlegenden Begriffsbildungen und der Anwendung elementarer Rechenoperationen auf asymptotische Darstellungen und Entwicklungen bekanntgemacht. Insbesondere wird auf die Entwicklung einer Funktion bezüglich einer asymptotischen Skala eingegangen. Am Beispiel der Eulerschen Summenformel wird demonstriert, wie man die Abschätzung von Integralen zur Abschätzung von Reihen verwerten kann.

Das zweite Kapitel beschäftigt sich für weitgehend beliebige Gleichungen mit dem Begriff der asymptotischen Lösung, wobei besonders einige Funktionalgleichungen und allgemein Differenzen- und Differentialgleichungen untersucht werden.

Das dritte Kapitel kann als das Kernstück des Buches gewertet werden, es befaßt sich mit der Herleitung asymptotischer Darstellungen von Funktionen, die durch Parameterintegrale gegeben sind. Die formulierten Sätze sind möglichst allgemein gehalten, so daß sie auf eine breite Klasse von Integralen anwendbar sind. Die klassischen Verfahren, wie Sattelpunktmethode und Methode der stationären Phase, ordnen sich allgemeineren Sätzen vollständig unter. Dem Ref. möchte aber erscheinen, daß es gerade für den Anfänger besser gewesen wäre, wenn diese speziellen Methoden, die auch heute noch nach wie vor ihre Bedeutung in den Anwendungen haben, besonders herausgearbeitet und herausgestellt worden wären. Im letzten Paragraphen wird andeutungsweise auf n -dimensionale asymptotische Entwicklungen, die gegenwärtig immer mehr an Bedeutung gewinnen, eingegangen.

Im Anhang werden die Ergebnisse des letzten Kapitels auf unendliche Reihen übertragen und die Frage ihrer Umkehrbarkeit untersucht. Weiter werden Verallgemeinerungen der asymptotischen Darstellungen auf mehrdimensionale Integrale angegeben.

Ein sehr ausführliches Literaturverzeichnis vermag dem interessierten Leser mannigfache Hinweise zu geben. Das elegant und flüssig geschriebene Buch, so bin ich überzeugt, wird bald unter Forschern,

Praktikern und Studierenden einen breiten Leserkreis finden.

Reviewer: [Ekkehard Krätzel \(Jena\)](#)

For a scan of this review see the [web version](#).

MSC:

- [41-01](#) Introductory exposition (textbooks, tutorial papers, etc.) pertaining to approximations and expansions
- [41A60](#) Asymptotic approximations, asymptotic expansions (steepest descent, etc.)
- [26-01](#) Introductory exposition (textbooks, tutorial papers, etc.) pertaining to real functions
- [28-01](#) Introductory exposition (textbooks, tutorial papers, etc.) pertaining to measure and integration

Cited in 1 Review Cited in 38 Documents
--

Keywords:

[asymptotic representations](#); [asymptotic expansions](#)