

**Lanconelli, Ermanno**

**Valutazioni in  $L_p(\mathbb{R}^n)$  della soluzione del problema di Cauchy per l'equazione di Schrödinger.**  
(Italian) Zbl 0167.10401

Boll. Unione Mat. Ital., IV. Ser. 1, 591-607 (1968).

Verf. untersucht die Lösung des Cauchyproblems für die Schrödingergleichung  $u_y = i\Delta u$  in  $\mathbb{R}^n \times [0, \infty)$  mit Anfangswert  $u_0 \in S(\mathbb{R}^n) = \{u \mid u \in C^\infty(\mathbb{R}^n), x^\alpha D^\beta u(x) \rightarrow 0 \text{ für } |x| \rightarrow \infty \text{ und alle Multiindizes } \alpha, \beta\}$ . Es gilt  $\|u(\cdot, y)\|_2 = \|u_0\|_2$ , während für  $p \neq 2$  eine Abschätzung  $\|u(\cdot, y)\|_p \leq C(y)\|u_0\|_p$  für alle  $u \in S(\mathbb{R}^n)$  nicht möglich ist ( $\|\cdot\|_p$  bezeichne die Norm von  $L_p(\mathbb{R}^n)$ ). Es sei  $F$  die Fouriertransformation in  $S(\mathbb{R}^n)$ ,  $F^{-1}$  ihre Inverse,  $J_{-\alpha}$  der Operator der Multiplikation mit  $(1 + |x|^2)^{\alpha/2}$  für  $\alpha \in \mathbb{R}$  und  $\Gamma_k$  die Multiplikation mit der charakteristischen Funktion der Menge  $\{x \in \mathbb{R}^n \mid 2^{k-1} < \max |x_j| \leq 2^k\}$  für  $k \geq 1$  und  $\{x \in \mathbb{R}^n \mid \max |x_j| \leq 1\}$  für  $k = 0$ . Für  $u \in S(\mathbb{R}^n)$  sei  $\|u\|_{p,\alpha} = \|F^{-1}J_{-\alpha}Fu\|_p$  und  $\|u\|_{p,\alpha} = \{\sum_{k=0}^{\infty} \|F^{-1}\Gamma_k J_{-\alpha}Fu\|_p^p\}^{1/p}$  für  $\alpha \in \mathbb{R}$  und  $1 < p < \infty$ .

Satz: Für das Bestehen einer Abschätzung

$$\|u(\cdot, y)\|_p \leq C(\alpha, y)\|u_0\|_p$$

für alle  $u_0 \in S(\mathbb{R}^n)$  ist  $\alpha \geq 2\rho = 2n|1/p - 1/2|$  notwendig und  $\alpha > 2\rho$  hinreichend; eine Schranke ist  $C(\alpha, y) = C(\alpha)(1 + y^2)^{\rho/2}$ . Für die Abschätzung

$$\| \|u(\cdot, y)\|_{p,0} \| \leq B(\alpha, y) \|u_0\|_{p,\alpha}$$

für alle  $u_0 \in S(\mathbb{R}^n)$  ist  $\alpha \geq 2\rho$  notwendig und hinreichend; eine Schranke ist  $B(\alpha, y) = B(\alpha)(1 + y^2)^{\rho/2}$ .

Reviewer: [K. Jörgens](#)

For a scan of this review see the [web version](#).

**MSC:**

[35J10](#) Schrödinger operator, Schrödinger equation

[35J25](#) Boundary value problems for second-order elliptic equations

Cited in **11** Documents

**Keywords:**

[Cauchy problem](#); [Schrödinger equation](#); [norm estimates](#)