

Mebkhout, Z.

Sur le théorème de semi-continuité de l'irrégularité des équations différentielles. (On the semi-continuity theorem of irregularity of differential equations). (French) [Zbl 0592.32009](#)
Systèmes différentiels et singularités, Colloq. Luminy/France 1983, Astérisque 130, 365-417 (1985).

[For the entire collection see [Zbl 0559.00004](#).]

1) Gegeben sei eine Garbe \mathcal{F} über einer Mannigfaltigkeit X , die außerhalb einer Ausnahmemenge $Y \subset X$ "hinreichend trivial" ist. Gesucht sind Formeln, welche die Eulercharakteristik von \mathcal{F} zu berechnen erlauben mit Hilfe der Charakteristik über U (und damit mit $\chi(U)$) und gewissen Irregularitäten $\phi(\mathcal{F})$ über der "Irregularitätsmenge" Y von \mathcal{F} . 2) Diese Beziehungen möchte man auf den relativen Fall $f : X \rightarrow S$, $Y \subset X$, \mathcal{F} auf X , ausdehnen mit seiner Familie der $Y_s := f^{-1}(s) \cap Y \subset X_s := f^{-1}(s)$, $\mathcal{F}(s) := \mathcal{F}_{X_s}$, $s \in S$. Insbesondere interessiert das Verhalten der Abbildung $s \rightarrow \phi(s) := \phi(\mathcal{F}_s)$, so die genauere Gestalt von $\phi(s) - \phi(s_0)$ für s nahe bei einem fixierten $s_0 \in S$.

Für den Fall einer Kurve X und sehr spezielle Garben \mathcal{F} beschreibt im p -adischen Fall ($p > 0$) unter 1) die sog. Grothendieck-Ogg-Šafarevič-Formel eine gesuchte Beziehung, unter 2) ist es ein Resultat von Deligne (wobei $f : X \rightarrow S$ 1-dimensionale Fasern habe und geeignet "gut" ist).

In der vorliegenden Note interessieren Analoga für den complex- analytischen Fall und ganz bestimmte kohärente Differentialoperatoren- Garben \mathcal{F} . So geht es hier um Lösungen von Differentialoperatoren. Allerdings müssen die im p -adischen Fall auftretenden Daten, wie $\phi(\mathcal{F})$ bzw. $\phi(s)$ (i.w. Swan- Konduktor) anders festgelegt werden (i.w. Irreduzibilitätszahlen von Malgrange). Neu tritt auch der höhere Extfunktoren Ext^2 bei der Beschreibung auf (wie auch an Beispielen explizit deutlich gemacht wird). Aufgrund dieser neuen Daten läßt sich die Idee des p -adischen Beweises nicht übertragen. Der Autor führt seinen Beweis mit Hilfe einer für seinen Fall ausgeweiteten Theorie "cycles évanescents". In einem Brief an den Autor hat Malgrange einen "direkten" Beweis vorgeschlagen, der als Alternative in die Note mit aufgenommen wurde.

Reviewer: [K.Spallek](#)

MSC:

- [32C35](#) Analytic sheaves and cohomology groups
- [30F99](#) Riemann surfaces
- [14F10](#) Differentials and other special sheaves; D-modules; Bernstein-Sato ideals and polynomials
- [35A10](#) Cauchy-Kovalevskaya theorems
- [35A20](#) Analyticity in context of PDEs

Cited in **3** Reviews
Cited in **2** Documents

Keywords:

families of Riemann surfaces; families of differential operators; irregularity; characteristic variety; Cauchy-Kowalewski problem; cohomology groups; Euler characteristic