Bertrand, Daniel

Galois orbits on abelian varieties and zero estimates. (English) Zbl 0597.10032

Diophantine analysis, Proc. Number Theory Sect. Aust. Math. Soc. Conv., Univ. New South Wales 1985, Lond. Math. Soc. Lect. Note Ser. 109, 21-35 (1986).

[For the entire collection see Zbl 0583.00005.]

Soit A une variété abélienne simple de dimension g, définie sur un corps de nombres K. Si $\bar{K}$ est une clôture algébrique de K, le groupe de Galois de $\bar{K}$/K agit naturellement sur le sous-groupe de torsion $A_{tor}(\bar{K})$. Pour $e \in A_{tor}(\bar{K})$ on note n(e) l'ordre de e et d(e) le cardinal de l'orbite de e. On a alors le résultat suivant: Pour tout $\epsilon > 0$, il existe une constante $c = c(A, K, \epsilon) > 0$ telle que pour tout $e \in A_{tor}(\bar{K})$ on ait d(e)$\geq cn(e)^{(a+\epsilon)^{-1}}$.

Par la méthode de Schneider, *D. W. Masser* [Compos. Math. 53, 153- 169 (1984; Zbl 0551.14015)] obtient $a = g+4+g^{-1}$. Ici, l'A. améliore la valeur de a en la remplaçant par $a = g+2$. Une partie de l'amélioration provient de l'usage de lemmes de zéros plus élaborés que celui qu'utilisait D. Masser [*D. Masser* et *G. Wüstholz*, ZEGV I, Invent. Math. 64, 489-516 (1981; Zbl 0467.10025)]. Cela conduit à $a = g + 3$ par la méthode de Schneider. Pour obtenir $a = g + 2$, l'A. utilise la méthode de Baker.

Pour la méthode de Schneider, le lemme de zéros utilisé est une amélioration du résultat de ZEGV I obtenue en utilisant les idées de ZEGV II [*D. W. Masser* et *G. Wüstholz*, Invent. Math. 80, 233-267 (1985; Zbl 0564.10041), notamment lemma 6]. C'est aussi une conséquence du résultat général de *P. Philippon* [Lemmes de zéros dans les groupes algébriques, Bull. Soc. Math. Fr. 114, 1986, à paraître]. Pour la méthode de Baker, c'est encore une conséquence du travail de P. Philippon qui améliore un résultat de *G. Wüstholz* [Habilitationsschrift, Wuppertal 1983].

Dans les deux cas, le point crucial est que l'estimation donnée par le lemme de zéros fait intervenir le degré du sous-groupe algébrique H du groupe G considéré. Le résultat présenté par l'A. est une des premières applications de cette amélioration des lemmes de zéros.

Reviewer: F.Gramain

MSC:

11J81 Transcendence (general theory)
14K15 Arithmetic ground fields for abelian varieties

Keywords:

transcendence methods; lower bounds for cardinality of Galois; orbits; Baker method; Schneider method; abelian varieties; zero; estimates