Sabbah, C.

Proximité évanescente. II: Equations fonctionnelles pour plusieurs fonctions analytiques. (Vanishing neighborhoods. II: Functional equations for several analytic functions). (French)

Zbl 0632.32006
Compos. Math. 64, 213-241 (1987).

Soient $f = (f_1, ..., f_k) : X \to \mathbb{C}^k$ une application analytique sur une variété analytique complexe X, $\mathcal{M}$ un $\mathcal{D}_X - module$ holonome, $i_f : X \to X \times \mathbb{C}^k$ le plongement associé au graphe de f et $\mathcal{N}$ le $\mathcal{D}_{X\times\mathbb{C}^k}$-module $(i_f)_*(\mathcal{M})$.

On considère sur $\mathcal{N}$ une bonne multi-filtration U.($\mathcal{N}$), alors d'après partie I de cet article, ibid. 62, 283-328 (1987; Zbl 0622.32012) il existe un ensemble fini $\mathcal{L}$ dans $(Q^k)^*$ tel que, pour tout $L \in \mathcal{L}$ et pour tout $i \in \{1, ..., k\}$ il existe un polynôme $b_{L,i} \in \mathbb{C}[t]$ tels que l'on ait, pour tout $\sigma \in \mathbb{Z}^k$

$$[\prod_{L\in\mathcal{L}} b_{L,i}(L(\partial_t t + \sigma))] \cdot U_\sigma \subset U_{\sigma - 1_i}$$

où 1_i est le i-ème vecteur de base de $\mathbb{Z}^k$. Un ensemble $\mathcal{L}$ vérifiant la propriété ci- dessus est appelé par l'A. un ensemble de pentes pour la filtration U.($\mathcal{N}$). Cela donne en particulier des équations fonctionnelles du type:

$$[\prod_{L\in\mathcal{L}} b_{L,i}(L(s))] \cdot f^s = P_i(x, \partial_x, s) f^s \cdot f_i$$

pour chaque $i \in \{1, ..., k\}$. On dit dans ce cas que $\mathcal{L}$ est un ensemble de pentes pour f.

Le résultat principal de cet article est que, pour $\mathcal{N}$ régulier, un ensemble de pentes peut être calculé à partir de la géométrie de la variété caractéristique de $\mathcal{N}$. Le cas $k = 2$ a une interprétation géométrique très simple: Supposons que le germe d'application analytique $f = (f_1, f_2) : (\mathbb{C}^{n+1}, 0) \to (\mathbb{C}^2, 0)$ soit sans éclatement en codimension 0. Soit Δ le discriminant de f. L'ensemble des rapports des multiplicités d'intersection en 0 de chaque branche de Δ avec les deux axes est un ensemble de pentes pour f.

Reviewer: F.Castro

MSC:

32C38	Sheaves of differential operators and their modules, D-modules
32Sxx	Complex singularities
32A20	Meromorphic functions of several complex variables
14F10	Differentials and other special sheaves; D-modules; Bernstein-Sato ideals and polynomials
14B25	Local structure of morphisms in algebraic geometry: étale, flat, etc.
32S45	Modifications; resolution of singularities (complex-analytic aspects)
35A27	Microlocal methods and methods of sheaf theory and homological algebra applied to PDEs

Keywords:
Bernstein polynomial; fan; characteristic manifold; morphism without blowing-up

Full Text: Numdam EuDML

References:

[1] J.-E. Björk , Rings of Differential Operators , North Holland (1979). · Zbl 0499.13009

[2] V.I. Danilov , The geometry of toric varieties , Russian Math. Surveys 33 n^\circ 2 (1978) 97-154. · Zbl 0425.14013 · doi:10.1070/RM1978v033n02ABEH002305

[3] O. Gabber , The integrability of the characteristic variety , Amer. J. of Math. 103 (1981) 445-468. · Zbl 0492.16002 · doi:10.2307/2374101

[4] A. Galligo , M. Granger et P. Maisonobe , D-modules et faisceaux pervers dont le support singulier, est un croisement normal II , Astérisque n^\circ 130 (1985) 240-259. · Zbl 0572.32013

[5] H. Hironaka , Stratifications and flatness . In: P. Holm (ed.) Real and Complex Singularities . Sijthoff and Noordhoff (1977).

[6] H. Hironaka , M. Lejeune et B. Teissier , Aplatissement local, Singularités à Cargèse , Astérisque n^\circ 7/8 (1973). · Zbl 0287.14007

[7] J.P.G. Henry , M. Merle et C. Sabbah , Sur la condition de Thom stricte pour un morphisme analytique complexe , Ann. Scient. Ec. Norm. Sup. 4e série 17 (1984) 227-268. · Zbl 0551.32012 · doi:10.24033/asens.1471 · numdam:ASENS_1984_4_17_2_227_0 · eudml:82140

[8] C. Houzel et P. Schapira , Images directes de modules différentiels , C.R. Acad. Sci. 298 (1984) 461-464. · Zbl 0582.14004

[9] M. Kashiwara , B-functions and holonomic systems , Invent. Math. 38 (1976) 33-53. · Zbl 0354.35082 · doi:10.1007/BF01390168 · eudml:142441

[10] M. Kashiwara , On the holonomic systems of differential equations II , Invent. Math. 48 (1978) 121-135. · Zbl 0401.32005 · doi:10.1007/BF01403082 · eudml:142597

[11] M. Kashiwara , Vanishing cycles sheaves and holonomic systems of differential equations , Springer Lect. Notes in Math. n^\circ 1016 (1983). · Zbl 0566.32022

[12] M. Kashiwara and T. Kawai , On the holonomic systems for \Pi (f i + \surd -1 0)\lambda i , Publ. R.I.M.S. Kyoto Univ. 15 (1979) 551-575. · Zbl 0449.35067 · doi:10.2977/prims/1195188184

[13] M. Kashiwara and T. Kawai , On the holonomic systems of differential equations (systems with regular singularities) III , Publ. R.I.M.S. Kyoto Univ. 17 (1981) 813-979. · Zbl 0505.58033 · doi:10.2977/prims/1195184396

[14] Lê D.T. , The geometry of the monodromy theorem, Volume dédié à C.P. Ramanujam , Springer Verlag (1978). · Zbl 0434.32010

[15] B. Lichtin , Generalized Dirichlet series and B-functions , preprint (1986).

[16] B. Malgrange , Sur les images directes de D-modules , Manuscripta Math. 50 (1985) 49-71. · Zbl 0572.32014 · doi:10.1007/BF01168827 · eudml:155050

[17] Z. Mebkhout , Une équivalence de catégories, et une autre équivalence de catégories , Comp. Math. 51 (1984) 55-62 et 63-68. · Zbl 0566.32021 · numdam:CM_1984__51_1_51_0 · eudml:89634

[18] F. Pham , Singularités des systèmes de Gauss-Manin , Progress in Math. 2, Birkhauser. · Zbl 0524.32015

[19] C. Sabbah , Quelques remarques sur la géométrie des espaces conormaux , Astérisque n^\circ 130 (1985) 161-192. · Zbl 0598.32011

[20] C. Sabbah , Morphismes analytiques stratifiés sans éclatement et cycles évanescents , Astérisque n^\circ 101-102 (1983) 286-319. · Zbl 0542.32005

[21] C. Sabbah , Proximité évanescente, I. La structure polaire d'un D-module, Appendice en collaboration avec F. Castro , Comp. Math. 62 (1987) 283-328. · Zbl 0622.32012 · numdam:CM_1987__62_3_283_0 · eudml:89843

[22] B. Teissier , Variétés polaires I: Invariants polaires des singularités d'hypersurfaces , Invent. Math. 40 (1977) 267-292. · Zbl 0446.32002 · doi:10.1007/BF01425742 · eudml:142481