

Nishioka, Kumiko

Algebraic independence of certain power series of algebraic numbers. (English)

Zbl 0589.10035

J. Number Theory 23, 354-364 (1986).

Sei p eine Primzahl oder ∞ , sei $(a_k)_{k \geq 0}$ eine Folge algebraischer Zahlen $\neq 0$ und $(e_k)_{k \geq 0}$ eine streng wachsende Folge nichtnegativer ganzer Zahlen; der Konvergenzradius R_p der Reihe $\sum_{k \geq 0} a_k z^{e_k}$ sei positiv und in $|z|_p < R_p$ sei $f(z)_p$ ihr Wert. Unter geeigneten Voraussetzungen an die a_k und e_k wird für algebraische $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ mit $0 < |\alpha_i|_p < R_p$, für die α_i/α_j bei $i \neq j$ keine Einheitswurzel ist, zunächst (für Primzahlen p) die algebraische Unabhängigkeit über \mathbb{Q} aller $f^{(\ell)}(\alpha_i)_p$ ($1 \leq i \leq n$; $\ell \geq 0$) mittels p -adischer Methoden gezeigt.

Ein weiteres Ergebnis bringt die algebraische Unabhängigkeit der $f^{(\ell)}(\alpha_i)_p$, betrachtet als Elemente von \mathbb{C}_p , in Zusammenhang mit derjenigen der $f^{(\ell)}(\alpha_i)_q$, betrachtet in \mathbb{C}_q , falls q ($\neq p$) eine Primzahl oder ∞ ist und $0 < |\alpha_i|_q < R_q$ ($1 \leq i \leq n$) gilt.

Schließlich wird für $f(z)_\infty := \sum_{k \geq 0} z^{k!}$ und algebraische α_1, α_2 mit $0 < |\alpha_i|_\infty < 1$ gezeigt: $f(\alpha_1)_\infty, f(\alpha_2)_\infty$ sind algebraisch unabhängig genau dann, wenn α_1/α_2 keine Einheitswurzel ist. Dies bestätigt eine Vermutung von D. W. Masser im Falle $n = 2$, die inzwischen (1986) von der Autorin allgemein bewiesen werden konnte.

Reviewer: Peter Bundschuh (Köln)

MSC:

11J85 Algebraic independence; Gel'fond's method

30B10 Power series (including lacunary series) in one complex variable

Cited in 7 Documents

Keywords:

[p-adic method](#); [algebraic independence of power series of algebraic numbers](#); [p-adic field](#)

Full Text: [DOI](#)

References:

- [1] Bundschuh, P; Wylegala, F.-J, Über algebraische unabhängigkeit bei gewissen nichtfortsetzbaren potenzreihen, Arch. math., 34, 32-36, (1980) · [Zbl 0414.10033](#)
- [2] Cijsouw, P.L; Tijdeman, R, On the transcendence of certain power series of algebraic numbers, Acta arith., 23, 301-305, (1973) · [Zbl 0255.10038](#)
- [3] Shiokawa, I, Algebraic independence of certain gap series, Arch. math., 38, 438-442, (1982) · [Zbl 0474.10029](#)
- [4] Turán, P, Eine neue methode in der analysis und deren anwendungen, (1953), Akadémiai Kiadó Budapest · [Zbl 0052.04601](#)

This reference list is based on information provided by the publisher or from digital mathematics libraries. Its items are heuristically matched to zbMATH identifiers and may contain data conversion errors. It attempts to reflect the references listed in the original paper as accurately as possible without claiming the completeness or perfect precision of the matching.