

**Pratelli, Luca**

**Sur le lemme de mesurabilité de Doob. (On the measurability lemma of Doob).** (French)

[Zbl 0726.28005](#)

Séminaire de probabilités XXIV 1988/89, Lect. Notes Math. 1426, 46-51 (1990).

[For the entire collection see [Zbl 0695.00024](#).]

Étant donné une application  $f$  d'un ensemble  $E$  à un espace mesurable  $(F, \mathfrak{F})$ , la tribu sur  $E$  engendrée par  $f$  est la plus petite tribu pour laquelle  $f$  est mesurable. Soit  $f^{-1}(\mathfrak{F})$  cette tribu. Doob a montré que toute fonction réelle  $g$ , définie sur  $E$ , est mesurable par rapport à la tribu  $f^{-1}(\mathfrak{F})$  si et seulement si  $g = h \circ f$ , où  $h$  est définie sur  $(F, \mathfrak{F})$ , réelle et mesurable. Plus généralement, pour  $g$  à valeurs dans un espace mesurable  $G$ , Pintacuda a caractérisé le type d'espace  $G$ , dit espace de Doob, pour lequel le résultat reste vrai. On donne ici une nouvelle démonstration de la caractérisation de Pintacuda, et on indique quelques propriétés des espaces de Doob.

Reviewer: [J.-C.Massé \(Quebec\)](#)

**MSC:**

[28A20](#) Measurable and nonmeasurable functions, sequences of measurable functions, modes of convergence

[28A05](#) Classes of sets (Borel fields,  $\sigma$ -rings, etc.), measurable sets, Suslin sets, analytic sets

[60G07](#) General theory of stochastic processes

**Keywords:**

[measurability lemma of Doob](#); [Lusin measurable space](#); [separable measurable space](#); [injective space](#)

**Full Text:** [Numdam](#) [EuDML](#)