

Ricci, Fulvio; Travaglini, Giancarlo

L^p - L^q estimates for orbital measures and Radon transforms on compact Lie groups and Lie algebras. (English) [Zbl 0843.43011](#)

J. Funct. Anal. 129, No. 1, 132-147 (1995).

Sei G eine kompakte einfach zusammenhängende Lie-Gruppe und \mathfrak{g} die zugehörige Lie-Algebra. Sei T ein maximaler Torus in G und \mathfrak{t} die zugehörige Unter algebra von \mathfrak{g} . Für ein reguläres Element $H_0 \in \mathfrak{t}$ sei $x_0 := \text{Exp}H_0$ und μ_{x_0} das kanonische Maß auf der Konjugationsklasse von $x_0 \in G$. Die Autoren untersuchen, in wie weit die Faltung mit μ_{x_0} einen beschränkten Operator von $L^p(G)$ nach $L^q(G)$ definiert, $1 \leq p < q \leq \infty$. Die entsprechende Frage wird auch auf \mathfrak{g} studiert, wobei μ_{x_0} durch das kanonische Maß γ_{H_0} auf der adjungierten Bahn von $H_0 \in \mathfrak{g}$ zu ersetzen ist. Fragen dieser Art wurden für verschiedene Typen von singulären Maßen (insbesondere für glatte Maße auf bestimmten Untermannigfaltigkeiten) schon mehrfach behandelt [siehe z.B. *W. Littman*, *Partial diff. Equ.*, Berkeley 1971, *Proc. Sympos. pure Math.* 23, 479-481 (1973; [Zbl 0263.44006](#)); *D. M. Oberlin*, *Colloq. Math.* 47, 113-117 (1982; [Zbl 0501.42007](#)); *F. Ricci* und *E. M. Stein*, *J. Funct. Anal.* 86, 360-389 (1989; [Zbl 0684.22006](#))]. Teilweise wurden die betreffenden Paare (p, q) exakt bestimmt. Die Autoren beantworten nun die eingangs gestellte Frage vollständig für den Fall, daß G einfach ist. Der Beweis arbeitet mit einer komplexen Familie von Distributionen, unter denen sich das Maß μ_{x_0} befindet, und benutzt eine komplexe Interpolationsmethode.

Im zweiten Abschnitt der Arbeit definieren die Autoren, ausgehend von der adjungierten Darstellung, eine Radon-Transformation R auf der Lie-Algebra \mathfrak{g} ; dabei ist die Radon-Transformierte einer Funktion f auf \mathfrak{g} eine Funktion auf $G/T \times \mathfrak{t}$. (R kann interpretiert werden als Einschränkung der klassischen $2m$ -dimensionalen Radon-Transformation auf ein reduziertes System $2m$ -dimensionaler Ebenen.) Die Autoren bestimmen nun die Gesamtheit aller Paare (p, q) , für die R ein beschränkter Operator von L^p nach L^q ist. (Entsprechende Ergebnisse für die klassische Radon-Transformation finden sich in [*D. M. Oberlin* und *E. M. Stein*, *Indiana Univ. Math. J.* 31, 641-650 (1982; [Zbl 0548.44003](#))] und [*M. Christ*, *Indiana Univ. Math. J.* 33, 891-910 (1984; [Zbl 0597.44003](#))]).

Reviewer: [R.Felix \(Eichstätt\)](#)

MSC:

- [43A80](#) Analysis on other specific Lie groups
- [22E30](#) Analysis on real and complex Lie groups
- [42B20](#) Singular and oscillatory integrals (Calderón-Zygmund, etc.)
- [44A12](#) Radon transform

Cited in **1** Review
Cited in **7** Documents

Keywords:

[simple connected Lie group](#); [Lie algebra](#); [torus operator](#); [adjoint orbit](#); [measure](#); [Radon transform](#)

Full Text: [DOI](#)