Saradha, N.; **Tijdeman, R.**

On the transcendence of infinite sums of values of rational functions. (English) Zbl 1045.11051

J. Lond. Math. Soc., II. Ser. 67, No. 3, 580-592 (2003).

Die beiden Autoren benutzen Theorem 1 ihrer gemeinsamen Arbeit mit *S. D. Adhikari* und *T. N. Shorey* [Indag. Math., New Ser. 12, 1–14 (2001; Zbl 0991.11043)] zur Gewinnung von Transzendenzaussagen über unendliche Reihen, deren Glieder Werte gewisser rationaler Funktionen an natürlichen Argumentstellen sind. Um ihr Theorem 1 (loc. cit.) anwenden zu können, ist das Nichtverschwinden gewisser (verwandter) unendlicher Reihen zu garantieren, wozu Verff. das Hauptergebnis von *T. Okada* [Acta Arith. 40, 143–153 (1982; Zbl 0402.10035)] in geeigneter Umformulierung heranziehen, die hier nicht reproduziert werden soll.

Damit gelingt es dann, aus Theorem 1 (loc. cit.) folgendes Ergebnis abzuleiten. Seien $q, s_1, s_2 \in \mathbb{Z}, q > 1, s_1 \neq s_2$ so, dass $(qn+s_1)(qn+s_2) \neq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt; seien $\alpha, \beta \in \overline{\mathbb{Q}}$ nicht beide Null. Ist das Kreisteilungspolynom Φ_{2q} über $\mathbb{Q}(\alpha,\beta)$ irreduzibel und ist $\alpha \neq 0$, falls $q|(s_1-s_2)$, so ist die Reihe

$$(*) : \sum_{n\geq 0}(-1)^n(\alpha n+\beta)/(qn+s_1)(qn+s_2)$$

transzendent. (Bei $q|(s_1-s_2)$ und $\alpha = 0$ hat die Reihe $(\star)$ einen explizit angebbaren algebraischen Wert.) Ein analoges Transzendenzresultat wird für Reihen des Typs $(\star)$ ohne den Faktor $(-1)^n$, dafür aber einem weiteren Faktor $(qn+s_3)$ in den Nennern bewiesen.

Reviewer: Peter Bundschuh (Köln)

MSC:

11J81 Transcendence (general theory)

Full Text: DOI